Рецензія
на дисертаційну роботу
Притули Миколи Ігоровича
на тему «Лінгвістичне представлення детермінованих графів»,
представлену на здобуття наукового ступеня доктора філософії за
спеціальністю 113 Прикладна математика
в галузі знань 11 Математика та статистика

Роботу присвячено дослідженню представлень графів із розміченими вершинами. У монографії провідних науковців Інституту кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України Ю.В. Капітонової та О.А. Летичевського «Математична теорія проектування обчислювальних систем», виданій у 1988 році, з вершинами таких графів природним чином пов'язані мови в алфавіті міток вершин, і показано, що ці мови є регулярними та не містять порожнього слова. Сучасний етап досліджень графів із позначеними вершинами пов'язаний із вивченням основної проблеми теоретичної кібернетики – проблеми взаємодії керуючої та керованої систем, або керуючого автомата і його операційного середовища, зокрема у відділі теорії керуючих систем Інституту прикладної математики і механіки НАН України. Взаємодія таких систем часто моделюється як процес пересування автомата по розміченому графу середовища, що зумовлює необхідність аналізу мов в алфавіті міток, породжуваних траєкторіями автомата. Проблематика дисертації органічно випливає з указаних досліджень і лежить у руслі сучасних робіт, присвячених формальному аналізу таких моделей.

Актуальність теми дослідження. Дослідження графів із розміченими елементами – зокрема вершинами, ребрами, інциденторами тощо – є однією з ключових проблем сучасної дискретної математики та теорії графів. Такі графові моделі дають змогу формалізувати складні зв'язки між об'єктами та відображати додаткову інформацію про структуру й властивості досліджуваних систем. Розмічена інформація може кодувати ваги, типи, категорії, обмеження або додаткові атрибути, що суттєво розширює можливості класичних графових представлень. У межах дискретної математики графи з розміченими елементами виступають фундаментальним формальним апаратом для опису й аналізу комбінаторних структур. Вони забезпечують математичний каркас для дослідження складності алгоритмів, побудови оптимальних структур пошуку, а також аналізу властивостей геометричних і топологічних об'єктів у цифровому представленні. В інформатиці графові моделі з розміченими вершинами та ребрами широко застосовуються для подання структур даних, розв'язання задач маршрутизації й оптимізації, синтаксичного аналізу, побудови семантичних мереж і баз знань, а також для моделювання складних взаємозв'язків у великих системах. Актуальність таких графів зумовлена потребою в коректному та ефективному представленні великих обсягів даних, у яких інформація про умови, пріоритети й обмеження має критичне значення. Вибір графового подання з розміченими елементами безпосередньо впливає на ефективність алгоритмів

обробки, зберігання та передавання даних у комп'ютерних системах. У робототехніці графи з розміченими елементами є необхідним інструментом для моделювання середовищ, визначення шляхів руху, планування траєкторій, побудови карт просторів і організації інформації про взаємодію роботів із довкіллям. У задачах навігації, локалізації та картографування, а також у складних системах кооперації багатьох роботів, розмічені графові моделі дають змогу формалізувати об'єкти середовища, зони переходу, обмеження на рух і ресурси. Це, у свою чергу, сприяє підвищенню точності планування рухів, адаптивності до змінних умов і загальної продуктивності робототехнічних систем. Особливої актуальності набуває пошук адекватних графових представлень, релевантних змісту конкретної задачі, оскільки вибір подання визначає ефективність алгоритмічної обробки та якість отриманих результатів. У багатьох прикладних задачах оптимальне графове представлення не є очевидним і потребує врахування специфіки предметної області, структури даних і обмежень задачі. Розроблення універсальних і контекстуально адаптованих представлень графів із розміченими елементами сприяє підвищенню точності моделювання, зниженню обчислювальних витрат і покращенню узгодженості між моделлю та реальними системами.

Оцінка обґрунтованості наукових результатів, їх достовірність та новизна. Проведений аналіз дисертації та наукових публікацій Притули М.І. засвідчує високий рівень наукової обґрунтованості й достовірності отриманих результатів. Усі твердження, наведені в роботі, мають строгі математичні доведення. Висновки чітко відображають основні положення дисертації та її наукову новизну. Аналіз використаних джерел засвідчує опрацювання сучасних наукових результатів за тематикою дослідження. Сформульовані автором наукові положення є логічно послідовними, підтвердженими результатами та не викликають сумніву. Результати роботи апробовано на міжнародних і всеукраїнських конференціях. У цілому дисертація на тему «Лінгвістичне представлення детермінованих графів» відповідає вимогам спеціальності 113 Прикладна математика.

У дисертаційний роботі отримані такі нові наукові результати:

1. Запропоновано новий формальний підхід до опису детермінованих графів, у якому їх структура подається мовними конструкціями, що допускають однозначну алгоритмічну інтерпретацію.

2. Сформульовано критерій, за яким коректна пара скінчених множин слів в алфавіті міток вершин, за якою з використанням запропонованого алгоритму будується детермінований граф, є визначальною для заданого графа, тобто побудований за цією парою граф є ізоморфним до заданого.

3. Доведено, що канонічна коректна пара, побудована для детермінованого графа з використанням спеціального алгоритму, є його визначальною парою та мінімальною за потужністю й об'ємом кожної компоненти.

3. Запропоновано систему еквівалентних перетворень коректних пар і побудовано алгоритм компресії, який переводить довільну коректну пару у відповідну канонічну визначальну пару.

4. Розв'язано задачу характеризації мовного представлення детермінованих графів шляхом встановлення того, чи є певна пара скінчених множин слів визначальною для заданого детермінованого графа без застосування алгоритму побудови графа за цією парою.

5. Розроблено алгоритм знаходження найкоротших шляхів від ініціальної вершини до всіх інших вершин детермінованого графа на основі запропонованого мовного представлення.

Практичне значення дисертаційній роботи полягає у можливості застосування запропонованого формального підходу для компактного та уніфікованого подання графів із розміченими вершинами у програмних системах. Мовне представлення графових структур спрощує реалізацію алгоритмів їх аналізу та обробки, особливо в обчислювальних середовищах, орієнтованих на роботу з текстовими та символьними даними. Отримані результати можуть бути використані під час розроблення програмних засобів для моделювання та обробки складних графових систем, а також у прикладних задачах мобільної робототехніки, оптимізації, систем штучного інтелекту, моделювання даних, теорії керування та суміжних галузях. Запропонований підхід забезпечує основу для побудови універсальних методів аналізу графових та обчислювальних процесів, що підвищує практичну цінність результатів дослідження та сприяє їх широкому застосуванню в наукових і прикладних задачах.

Оцінка змісту дисертації, її завершеності та дотримання принципів академічної доброчесності. Структура дисертаційної роботи, її мова та стиль відповідають вимогам до оформлення дисертацій на здобуття ступеня доктора філософії. У роботі використано як загальновизнану наукову, так і авторську термінологію, що є коректно введеною, чітко визначеною та обґрунтованою в контексті проведеного дослідження. Обраний стиль викладення результатів теоретичних і практичних досліджень, нових наукових положень, висновків і рекомендацій забезпечує їх зрозумілість, логічну послідовність і можливість практичного використання. Дисертаційна робота є результатом самостійних наукових досліджень. Загалом дисертація є завершеною науковою працею, що відповідає вимогам спеціальності 113 Прикладна математика.

За результатами рецензування дисертаційної роботи Притули М.І. ознак академічного плагіату та некоректних запозичень без відповідних посилань не виявлено. Наведені в роботі факти, теоретичні положення та використані матеріали належним чином підтверджені посиланнями на першоджерела. Дисертація відповідає вимогам академічної доброчесності та етичним нормам наукового цитування.

Оприлюднення результатів дисертації. Основні результати дисертаційної роботи опубліковано у 3 статтях, одна з яких є публікацією у виданні, що індексується наукометричною базою Scopus та на момент публікації мало квартиль Q3 відповідно до SCImago Journal Rank, а решта є статтями у фаховому виданні України категорії Б. Основні результати роботи пройшли апробацію на 3 міжнародних наукових конференціях, що проводилися в Україні.

Результати, викладені в дисертації здійснювались за підтримки вітчизняних науково-дослідних робіт та закордонних грантів. Зокрема гранту Європейської федерації академій наук та гуманітарних наук (ALLEA) EFDS-FL2-08 та грантів Фонду Саймонса (Simons Foundation, США) Award 1160640 та PD-Ukraine-00010584 за програмою «Президентські вибіркові гранти для підтримки України».

Дискусійні положення та зауваження до дисертаційної роботи.

1. Запропоновані в дисертації алгоритми вирізняються змістовним та інтуїтивно зрозумілим описом, що дозволяє в загальних рисах відтворити логіку їх роботи та зробити висновок про їх коректність. Водночас корисним було б подати коректність алгоритмів у явному вигляді у формі відповідних тверджень і доведень, а також доповнити роботу аналізом обчислювальної складності алгоритмів. Таке уточнення підвищило б рівень формальної строгості викладу та сприяло б більш повній оцінці теоретичної значущості отриманих результатів.

2. В означенні маршруту довжини k у графі G на с. 55 допущено неточність у записі: ребро з індексом $k-1$ розташовано перед вершиною з індексом $k-1$, тоді як за логікою побудови маршруту воно має слідувати після цієї вершини. Крім того, в означенні не уточнено, що довжина маршруту обчислюється за кількістю вершин, а не за кількістю ребер, як це зазвичай прийнято в теорії графів. Зазначені неточності можуть призводити до неоднозначного тлумачення введеного поняття.

3. На с. 57 зазначено, що довжина маршруту дорівнює зменшеній на одиницю довжині відповідного слова. Водночас із наведених на с. 55 та с. 56 означень випливає, що довжина маршруту визначається як кількість вершин у ньому, тоді як довжина слова – як кількість міток цих вершин. За таких визначень вищезгадане співвідношення неможливе.

4. У тексті дисертації для операції конкатенації слів, тобто утворення з двох об'єктів однакової природи об'єкта тієї ж самої природи, а також для операції визначення за заданою вершиною та словом в алфавіті позначок вершин кінцевої вершини відповідного маршруту використовується одне й те саме позначення (приписування з правого боку). Хоча з контексту, як правило, зрозуміло, яка саме операція мається на увазі, доцільним було б чітко розрізнити ці позначення.

5. У тексті дисертації однакова символіка використовується для позначення потужності множини, кількості вершин у маршруті та кількості символів у слові. Водночас ці величини мають різну математичну природу: потужність множини відображає кількість різних елементів, тоді як у випадку маршруту та слова йдеться про довжину, де повторюваність вершин або символів не враховується. Чітке розмежування відповідних понять на рівні символіки або явне акцентування на їх різній семантиці сприяло б підвищенню математичної коректності та формальної строгості викладу.

6. На с. 62 автор вводить позначення $(C, L; x')$, де C та L – скінченні множини слів в алфавіті позначок вершин, а x' – символ з алфавіту позначок. Така конструкція називається парою, хоча формально є трійкою. Отже, таке

визначення не є коректним у строгому сенсі. У тексті роботи це виглядає як спрощення за рахунок строгості.

7. На с. 61 автор зазначає, що дві множини слів в алфавіті позначок вершин є представленням графа, тоді як на с. 63 формулюється зворотне твердження: що граф є представленням за двома множинами слів в алфавіті позначок вершин. Таке чергування формулювань може створювати двозначність у тлумаченні того, що саме вважається первинним об'єктом: граф чи множини слів. Доцільно уточнити напрямок відповідності або чітко визначити, що позначається як первинне та похідне, щоб уникнути семантичної неоднозначності в подальших міркуваннях.

8. На с. 64 вводиться поняття «природний порядок», але чітко не визначається множина, на якій його задано. Без чіткого завдання множини порядок не має формального сенсу. Для повної формальної чіткості корисно було б уточнити множину, на якій визначено цей порядок.

9. З формальної точки зору алгоритм АР (с. 65) перетворює недетермінований граф на детермінований граф, який не є ізоморфним початковому. У зв'язку з цим доцільним було б розрізняти позначення ініціальної вершини для обох графів у формулюваннях і позначеннях, щоб уникнути потенційної неоднозначності та забезпечити точність подальших міркувань.

10. На с. 66 автор пише «безпосередньо з алгоритму АР випливає таке твердження». У загальному випадку не можна автоматично стверджувати, що лема безпосередньо випливає з алгоритму, навіть якщо алгоритм її реалізує. Поясню. Алгоритм описує процедуру, тобто послідовність кроків для обчислення або побудови певного об'єкта. Лема – це формальне твердження, яке має бути доведене на основі визначень, аксіом або властивостей об'єктів. Те, що алгоритм успішно працює і реалізує деяку властивість, не є достатнім формальним доведенням цієї властивості. Щоб лема випливала «безпосередньо» з алгоритму, потрібно: (1) чітко показати, що кожен крок алгоритму гарантує виконання умов, що формулюються в лемі; (2) формально довести, що після завершення алгоритму всі твердження леми справджуються для всіх можливих вхідних даних. Інакше можна говорити лише про інтуїтивний зв'язок між алгоритмом і лемою, але не про суворе логічне випливання.

11. На с. 75 автор використовує термін «лінгвістичний процес» без його попереднього визначення. Оскільки цей термін є загальновживаним у філології, його не можна механічно переносити в математичний контекст без чіткого формального означення. Для забезпечення строгості та однозначності викладу доцільно надати власне визначення цього поняття у межах дисертації.

12. На с. 88 символом $\lceil x \rceil$ позначено «найбільше натуральне число, що не менше за x». Слід звернути увагу, що формулювання є некоректним, оскільки найбільше натуральне число, що не менше за x, , оскільки множина натуральних чисел нескінченна. У класичній математичній термінології $\lceil x \rceil$ визначається як найменше ціле число, що не менше за x. Рекомендується

виправити визначення, щоб забезпечити точність і відповідність загальноприйнятим стандартам.

Граматичні помилки

1. У назві розділу 2 «Представлення детермінованих та сильно детермінованих графів визначальною парою слів» допущено помилку; коректними формами є «Представлення детермінованих та сильно детермінованих графів визначальною парою» або «Представлення детермінованих та сильно детермінованих графів визначальною парою множин слів».

2. У назві параграфу 2.2 «Обґрунтування визначення обраного лексикографічного представлення детермінованих графів» допущено помилку; коректною є форма «Обґрунтування визначення обраного лінгвістичного представлення детермінованих графів».

3. На с. 61, у першому рядку знизу, у фразі «…для кожного детерміновано графа…» допущено граматичну помилку; коректною є форма «детермінованого».

Висновок. Всі вказані зауваження ні в якому разі не знижують цінність дисертації Притули М.І., яка виконана на високому науковому рівні. Вважаю, що дисертаційна робота Притули Миколи Ігоровича на тему «Лінгвістичне представлення детермінованих графів» є самостійною, завершеною науковою роботою, яка повністю відповідає вимогам до оформлення дисертацій, затвердженим наказом МОН України від 12.01.2017 № 40 зі змінам і доповненнями, внесеними наказом МОН України від 31.05.2019 № 759 та вимогам Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії, який затверджено постановою Кабінету Міністрів України від 12.01.2022 № 44 зі змінами, внесеними згідно з Постановами КМУ № 341 від 21.03.2022 р., № 502 від 19.05.2023 р., № 507 від 03.05.2024 р. Дисертація може бути представлена до захисту, а її автор Микола Ігорович Притула заслуговує присудження йому наукового ступеня доктора філософії зі спеціальності 113 Прикладна математика в галузі знань 11 Математика та статистика.

Кандидат фізико-математичних наук,
учений секретар Інституту прикладної
математики і механіки НАН України Сергій САПУНОВ

Підпис Сапунова С.В. засвідчую

Старший інспектор з кадрів Інституту прикладної математики і механіки НАН України
Ріта ДУБОВИК
26 грудня 2025 р.

НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ ВІДДІЛ КАДРІВ код 05420675 50