

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Директор ПІММ НАН України
академік НАН України
Ігор СКРИПНІК



« 25 » вересня 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Сучасні проблеми теорії нелінійних коливань

**підготовки здобувачів ступеня вищої освіти
третьої (освітньо-наукової)
доктора філософії**

галузь знань 11 Математика та статистика

спеціальність 111 Математика

Черкаси – 2025 р.

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Сучасні проблеми теорії нелінійних коливань» для здобувачів наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика

Розробники:

Чуйко С.М., провідний науковий співробітник відділу нелінійного аналізу та рівнянь математичної фізики Інституту прикладної математики і механіки НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор

Несмелова О.В., заступник директора з наукової роботи Інституту прикладної математики і механіки НАН України, доктор фізико-математичних наук, доцент

Робочу програму схвалено на засіданні відділу нелінійного аналізу та рівнянь математичної фізики

Протокол № 2 від 18.09.2025 року.

Завідувач відділу



Скрипник І.І.

Схвалено Науково-методичною радою Інституту прикладної математики і механіки НАН України

Протокол № 4 від 22 вересня 2025 року.

Голова науково-методичної ради



О.В. Несмелова

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
Кількість кредитів -3	Галузь знань: 11 Математика та статистика	Обов'язкова	
Загальна кількість годин – 90	Спеціальність: 111 Математика	Рік підготовки:	
		1-й	
		Семестр	
		1-й	2-й
		Лекції	
Тижневих годин: аудиторних – 1,5 самостійної роботи – 0,9	Освітньо-кваліфікаційний рівень: доктор філософії	30 год	
		Практичні	
		26 год	
		Самостійна робота	
		34 год	
		Вид контролю: іспит	

2. Мета, завдання та очікувані результати навчальної дисципліни.

Метою навчальної дисципліни «Сучасні проблеми теорії нелінійних коливань» є ознайомлення аспірантів з елементами сучасної теорії нелінійних коливань, а також оволодіння теоретичними методами та практичними прийомами дослідження лінійних та слабконелінійних крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь.

Завдання навчальної дисципліни: є оволодіння основними поняттями та твердженнями сучасної теорії нелінійних коливань, оволодіння методами дослідження та побудови наближених розв'язків слабконелінійних крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь

Очікувані результати навчальної дисципліни

Загальні компетентності:

1. Аналіз і синтез. Здатність до аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів; навички управління інформацією (уміння знаходити та аналізувати інформацію з різних джерел) (ЗК 1).

2. Дослідницька здатність. Компетентності ініціювати та виконувати (індивідуально або в науковій групі) наукові дослідження, що приводять до отримання нових знань; здатність застосовувати знання на практиці. (ЗК 2).

3. Гнучкість мислення. Набуття гнучкого способу мислення, який дає можливість зрозуміти й розв'язати проблеми та задачі, зберігаючи при цьому критичне відношення до усталених наукових концепцій (ЗК 3).

4. Комунікативні навички. Здатність ефективно спілкуватися із спеціальною та загальною аудиторіями, а також представляти складну інформацію у зручній та зрозумілій спосіб усно і письмово, використовуючи відповідну технічну лексику та методи; навички використання інформаційних і комунікаційних технологій; здатність спілкуватися рідною та другою іноземною мовою як усно, так і письмово (ЗК 6).

5. Міжнародний кругозір. Здатність працювати в міжнародному середовищі, ставитися із повагою до національних та культурних традицій, способів роботи інших членів групи (ЗК 7).

6. Популяризаційні навички. Вміння спілкуватися із нефахівцями; здатність провести усну презентацію та написати зрозумілу статтю за результатами проведених досліджень, а також щодо сучасних концепцій у математиці для нефахівців у цій галузі (ЗК 8).

7. Етичні установки. Етика поведінки в наукових дослідженнях; турбота про якість результату (ЗК 11).

8. Особисті якості. Здатність до навчання, саморозвитку та самовдосконалення протягом життя; визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків (ЗК 12).

Фахові компетентності:

1. Знання історії розвитку та сучасного стану наукових знань за спеціальністю та обраною спеціалізацією (ФК 1).
2. Здатність застосовувати сучасну методологію, загальні та спеціальні методи наукового дослідження за спеціальністю та обраною спеціалізацією (ФК 2).
3. Здатність логічно мислити, формулювати, строго доводити та перевіряти правильність математичних тверджень (ФК 4).
4. Здатність здійснювати теоретичні дослідження математичних задач з використанням спеціальних математичних пакетів та аналізувати отримані дані (ФК 7).
5. Здатність до висунення нових ідей, розв'язання міждисциплінарних та прикладних задач (ФК 8).
6. Оволодіння основними поняттями, підходами та принципами сучасних розділів функціонального аналізу, рівнянь математичної фізики та теорії диференціальних рівнянь, застосування абстрактних методів при розв'язанні задач (ФК 12).
7. Оволодіння сучасними методами теорії граничних задач, теорії узагальнених функцій, теорії операторів (ФК 13).
8. Оволодіння спеціальними розділами та методами досліджень теорії функціонального аналізу та теорії диференціальних рівнянь, набуття умінь ефективно застосовувати їх для аналізу складних систем та явищ (ФК 14).

Програмні результати навчання:

1. Знати та розуміти традиційні та передові тенденції в галузі математики, етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, формування поглибленої системи наукових знань за напрямом досліджень (ПРН-1).
2. Знати основні принципи, форми та методи проведення наукових досліджень в галузі математики, володіти математичним апаратом в об'ємі, достатньому для професійної діяльності (ПРН-3).
3. Вміти за допомогою теоретичного математичного апарату досліджувати різноманітні природні явища та процеси, проводити аналіз впливу на них різних факторів, а також вивчати взаємодію між явищами з метою отримання переконливо доведених і корисних фундаментальних та практичних результатів (ПРН-5).
4. Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською та іноземними мовами. Уміти працювати зі спеціальною літературою та наукометричними базами даних, в тому числі іноземною мовою (ПРН-8).
5. Вміти організувати неперервний власний саморозвиток і самовдосконалення, набуття гнучкого способу мислення при творчому дослідженні, в тому числі прикладних математичних проблем (ПРН-10).
6. Вміти формулювати наукові проблеми з огляду на цінні стін орієнтири сучасного суспільства та стану її поточного дослідження (ПРН-11).

7. Розв'язувати фундаментальні та прикладні задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями, будувати та досліджувати нові математичні моделі (ПРН-12).

8. Знати теоретичні основи і застосовувати методи сучасної теорії диференціальних рівнянь та теорії нелінійних коливань для розв'язування фундаментальних та прикладних задач (ПРН-16).

9. Знати теоретичні основи і застосовувати сучасні методи математичної фізики для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ (ПРН-19).

За результатами вивчення навчальної дисципліни здобувач доктора філософії повинен:

знати:

- основні етапи історичного розвитку теорії нелінійних коливань, представників і напрями досліджень київської школи нелінійних коливань;
- знати визначення та властивості псевдообернених за Муром-Пенроузом матриць, ортопроекторів та нормальної фундаментальної матриці;
- умови розв'язності та формули побудови розв'язків системи лінійних алгебраїчних рівнянь, системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, нетерової крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, періодичної крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь.

вміти:

- застосовувати псевдообернені за Муром-Пенроузом матриці та ортопроектори для дослідження лінійних та слабконелінійних крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь;
- використовувати метод найменших квадратів та метод малого параметру для дослідження лінійних та слабконелінійних крайових задач для систем звичайних диференціальних рівнянь;
- досліджувати та знаходити розв'язки нетерової крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, періодичної крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь та нетерової крайової задачі для автономної системи слабконелінійних звичайних диференціальних рівнянь.

3. Програма навчальної дисципліни

Тема 1. Історія розвитку теорії нелінійних коливань.

Тема 2. Псевдообернена (за Муром-Пенроузом) матриця. Ортопроектори.

Тема 3. Умови розв'язності та формули побудови розв'язків систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Тема 4. Альтернатива Фредгольма для систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Тема 5. Псевдорозв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Тема 6. Метод найменших квадратів. Розвинення синуса Якобі за методом найменших квадратів.

Тема 7. Задачі Коші для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.

Тема 8. Нормальна фундаментальна матриця. Теорема Остроградського – Ліувілля.

Тема 9. Оператор Гріна задачі Коші для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.

Тема 10. Нетерова крайова задача для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.

Тема 11. Оператор Гріна нетерової крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.

Тема 12. Умови розв'язності та формула побудови розв'язків нетерової крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.

Тема 13. Умови розв'язності та формула побудови розв'язків періодичної крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь.

Тема 14. Нетерова крайова задача для системи нелінійних диференціальних рівнянь. Метод малого параметру.

Тема 15. Нетерова крайова задача для автономної системи слабконелінійних звичайних диференціальних рівнянь. Метод Ляпунова–Пуанкаре.

4. Структура навчальної дисципліни

Назва теми	Кількість годин			
	Усього	у тому числі		
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота
1	2	3	4	5
Тема 1. Історія розвитку теорії нелінійних коливань.	5	2	1	2
Тема 2. Псевдообернена (за Муром-Пенроузом) матриця. Ортопроектори.	6	2	2	2
Тема 3. Умови розв'язності та формули побудови розв'язків систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	5	2	1	2
Тема 4. Альтернатива Фредгольма для систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	5	2	1	2
Тема 5. Псевдорозв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь.	5	2	1	2
Тема 6. Метод найменших квадратів. Розвинення синуса Якобі за методом найменших квадратів.	6	2	2	2
Тема 7. Задачі Коші для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.	6	2	2	2
Тема 8. Нормальна фундаментальна матриця. Теорема Остроградського – Ліувілля.	6	2	2	2
Тема 9. Оператор Гріна задачі Коші для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.	6	2	2	2
Тема 10. Нетерова крайова задача для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.	6	2	2	2
Тема 11. Оператор Гріна нетерової крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.	6	2	2	2
Тема 12. Умови розв'язності та формула побудови розв'язків нетерової крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.	6	2	2	2
Тема 13. Умови розв'язності та формула побудови розв'язків	6	2	2	2

періодичної крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь.				
Тема 14. Нетерова крайова задача для системи нелінійних диференціальних рівнянь. Метод малого параметру.	8	2	2	4
Тема 15. Нетерова крайова задача для автономної системи слабконелінійних звичайних диференціальних рівнянь. Метод Ляпунова–Пуанкаре.	8	2	2	4
Усього годин	90	30	26	34

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Історія розвитку теорії нелінійних коливань.	1
2.	Знаходження псевдообернених (за Муром-Пенроузом) матриць. Знаходження ортопроекторів.	2
3.	Знаходження розв'язків систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	1
4.	Альтернатива Фредгольма для систем лінійних алгебраїчних рівнянь.	1
5.	Знаходження псевдорозв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь.	1
6.	Використання методу найменших квадратів.	2
7.	Дослідження задачі Коші для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.	2
8.	Знаходження нормальної фундаментальної матриці.	2
9.	Знаходження оператора Гріна задачі Коші для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.	2
10.	Дослідження нетерової крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.	2
11.	Знаходження оператора Гріна нетерової крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.	2
12.	Побудова розв'язків нетерової крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.	2
13.	Побудова розв'язків періодичної крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь.	2
14.	Використання методу метод малого параметру.	2
15.	Використання методу Ляпунова–Пуанкаре.	2
	Разом	26

6. Теми для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Положення рівноваги нелінійної крайової задачі.	5
2	Критичний випадок першого порядку.	9
3	Періодична крайова задача для рівняння Ван дер Поля.	5
4	Періодична крайова задача для рівняння Л'єнара.	5
5	Періодична крайова задача для рівняння Дюффінга.	5
6	Періодична задача для рівняння Лотка-Вольтерра "хижак – жертва".	5
	Разом	34

7. Методи навчання

При викладанні навчальної дисципліни «Сучасні проблеми теорії нелінійних коливань» використовуються такі методи навчання:

1. Пояснювально-ілюстративний метод. Аспіранти здобувають знання, слухаючи лекцію, з навчальної або методичної літератури, через екранний посібник у "готовому" вигляді. Сприймаючи й осмислюючи факти, оцінки, висновки, вони залишаються в межах репродуктивного мислення. Такий метод якнайширше застосовують для передавання значного масиву інформації. Його можна використовувати для викладення й засвоєння фактів, підходів, оцінок, висновків.

2. Дослідницький метод. Після аналізу матеріалу, постановки проблем та короткого усного або письмового інструктажу ті, кого навчають, самостійно вивчають літературу, шукають додаткову інформацію та виконують інші пошукові дії, після чого оброблюють отриману інформацію та роблять відповідні висновки. Ініціатива, самостійність, творчий пошук виявляються в дослідницькій діяльності найповніше.

3. Проблемно-пошуковий, основа якого полягає в утворенні у навчальному процесі пошукових ситуацій. Цей метод навчання розвиває активність, самостійність, творчі здібності.

8. Методи контролю

Використовуються наступні методи контролю:

1. Поточний контроль знань:

- усне опитування;
- виконання практичних робіт;
- виконання контрольних робіт;
- виконання дослідницьких завдань.

2. Підсумковий контроль знань (іспит):

- екзаменаційні білети.

9. Критерії оцінювання результатів навчання

Розподіл балів, які отримує аспірант

Аудиторна робота																Самостійна Робота	Підсумковий контроль (іспит)	Загальна кількість отриманих балів
теми																		
T1	T2	T3	T4	T5	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14	T15			
2 б.	2 б.	2 б.	2 б.	2 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	20	40	100

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для іспиту
90-100	«відмінно» - здобувач повно і всебічно розкриває питання теми, вільно оперує поняттями і термінологією, демонструє глибокі знання джерел, має власну точку зору стосовно відповідної теми і може аргументовано її доводити
75-89	«добре» - загалом рівень знань здобувачів відповідає викладеному вище, але мають місце деякі упущення при виконанні завдань, обґрунтування неточні, не підтверджуються достатньо обґрунтованими доказами
60-74	«задовільно» - здобувач розкрив питання, в загальних рисах, розуміє їх суть, намагається робити висновки, але при цьому припускається грубих помилок, матеріал викладає нелогічно і не самостійно
35-59	«незадовільно» - з можливістю повторного складання, здобувач не в змозі дати відповідь на поставлене запитання або відповідь неправильна, не розуміє суті питання, не може зробити висновки
0-34	«незадовільно» - з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Орієнтовний перелік питань до підсумкового контролю (іспиту)

1. Історія розвитку теорії нелінійних коливань
2. Псевдообернена (за Муром-Пенроузом) матриця.
3. Ортопроектори.
4. Умови розв'язності та формула побудови розв'язків систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
5. Альтернатива Фредгольма для систем лінійних алгебраїчних рівнянь.
6. Псевдорозв'язок системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

7. Метод найменших квадратів.
8. Розвинення синуса Якобі за методом найменших квадратів.
9. Задачі Коші для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.
10. Нормальна фундаментальна матриця.
11. Теорема Остроградського – Ліувілля.
12. Спряжені системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.
13. Оператор Гріна задачі Коші для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.
14. Нетерова крайова задача для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.
15. Оператор Гріна нетерової крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.
16. Умови розв'язності та формула побудови розв'язків нетерової крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь першого порядку.
17. Умови розв'язності та формула побудови розв'язків періодичної крайової задачі для системи лінійних звичайних диференціальних рівнянь.
18. Нетерова крайова задача для системи нелінійних диференціальних рівнянь.
19. Положення рівноваги нелінійної крайової задачі.
20. Метод малого параметру.
21. Нетерова крайова задача для автономної системи слабконелінійних звичайних диференціальних рівнянь.
22. Метод Ляпунова – Пуанкаре.

11. Рекомендована література

1. Бойчук О.А., Чуйко С.М. Конструктивні методи аналізу крайових задач теорії нелінійних коливань. - Київ. - Наукова думка. - 2023. - 232 с.
2. Чуйко С.М. Практичні заняття з теорії нелінійних коливань. - Слов'янськ, Магдебург. - 2024. - 208 с.
3. Akhiezer N.I. Theory of Approximation. - Dover, New York. - 1992. – 307 p.
4. Albert A.E. Regression and the Moore-Penrose Pseudo-Inverse. – Academic Press Inc. – 1972. – 180 p.
5. Ben-Israel A., Greville T.N.E. Generalized inverses: Theory and applications. – 2003. – New York. – Springer. – 240 p.
6. Boichuk A.A., Chuiko S.M. On approximate solutions of nonlinear boundary-value problems by the Newton–Kantorovich method // Journ. Math. Sci. – 2021. – 258. - № 5. - P. 594. - 617.

7. Boichuk A.A., Chuiko S.M. On approximate solutions of weakly nonlinear boundary-value problems by the Newton–Kantorovich method // Journ. Math. Sci. - 2022.- 261. - № 2. - P. 228 - 240.
8. Boicuk A., Cuiko S., RuzickovaM. Linearne okrajove ulohy. – Zilina: EDIS-vydavatel'stvo ZU, 2013. – 177 p.
9. Boichuk A.A., Samoilenko A.M. Generalized inverse operators and Fredholm boundary value problems,– Utrecht; Boston:VSP, 2004. – XIV. 317 p.
10. Chuiko S.M., Chuiko O.S., Popov M.V. Adomian decomposition method in the theory of nonlinear boundary-value problems // Journal of Mathematical Sciences. - 2023. - 277. - № 2. - P. 338 - 351.
11. Chuiko S.M., Nesmelova O.V. On the reduction of an autonomous nonlinear boundary value problem unsolved with respect to the derivative to the first-order critical case // Journal of Mathematical Sciences. February, 2024. - 279. - № 1. - P. 1 - 21.
12. Conti R. On ordinary differential equation with interface conditions. - Journ. of Diff. Eq. – 1968. – 4, - № 1. – P. 4 – 11.
13. Golub G.H., Charles F. van Loan Matrix computations (3rd ed.). – 1996. – Baltimore. – Johns Hopkins. – 694 p.
14. Kantorovich L.W., Akilov G.P. Funktionalanalysis in normierten Raumen. - 1964. - Akademie Verlag. - Berlin. - 622 p.
15. Nashed M.Z. Generalized Inverses and Applications. New York. Academic Press. – 1976. – 1054 p.
16. Pandit S.G. Differential systems involving impulses. Lecture Notes in Mathematics / S.G. Pandit, S.G. Deo. – Berlin-New York: Springer-Verlag, 1982. – 102 p.
17. Pignani T.J., Whyburn W.M. Differential Systems with Interface and General Boundary Conditions. - F.Elisha Mitchell Sci.Sco. – 1956. – № 72. – P.1 –14.
18. Rao C. R; Mitra S.K. Generalized Inverse of Matrices and its Applications. – 1971. – New York: John Wiley & Sons. – 240 p.
19. Sacker R.J.. Sell J. Existence of dichotomies and invariant splittings index for linear differential systems, I-III // J. Differential Equations, 1974, Vol.15, 429 – 458; 1976, Vol. 22, pp. 478 – 496.
20. Samoilenko A.M., Perestyuk N.A. Impulsive Differential Equations. (World Scientific Series on Nonlinear Science, Ser.A, Vol.14). – Singapore: World Scientific Publishing Co., 1995. – x+462 p.
21. Vejvoda O. On perturbed nonlinear boundary-value problems // Czech.Math. J. –1961. – №11. – pp. 323 – 364.