

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Директор ІПММ НАН України,
академік НАН України



_____ Ігор СКРИПНІК
« 25 » вересня 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вибіркові розділи механіки суцільного середовища

**підготовки здобувачів ступеня вищої освіти
треть (освітньо-науковий)
доктора філософії**

галузь знань 11 Математика та статистика

спеціальність 113 Прикладна математика

Черкаси – 2025 р.

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Вибіркові розділи механіки суцільного середовища» для здобувачів наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Розробник:

Кононов Юрій Микитович, завідувач відділом теорії керуючих систем, доктор фізико-математичних наук, професор.

Робочу програму схвалено на засіданні відділу теорії керуючих систем
Протокол № 4 від 18 вересня 2025 року.

Завідувач відділу теорії керуючих с



Кононов Ю.М.

Схвалено Науково-методичною радою Інституту прикладної математики і механіки НАН України

Протокол № 4 від 22 вересня 2025 року.

Голова науково-методичної ради



Несмелова О.В.

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів - 3	Галузь знань: 11 Математика та статистика	Обов’язкова
Загальна кількість годин –90	Спеціальність: 113 Прикладна математика	Рік підготовки:
		1
		Семестр
		1-2
		Лекції
Тижневих годин: аудиторних – 2 самостійної роботи – 1	Освітньо-кваліфікаційний рівень: доктор філософії	30 год
		Практичні
		26 год
		Самостійна робота
		34 год
		Вид контролю: іспит

2. Мета, завдання та очікувані результати навчальної дисципліни.

Метою навчальної дисципліни «Вибіркові розділи механіки суцільного середовища» (ВРМСС) є поглиблене знайомство із сучасними моделями суцільних середовищ з ускладненими фізико-механічними властивостями.

Метою вивчення цієї навчальної дисципліни є основні закони, положення і методи механіки суцільних середовищ (МСС), як загальної основи для побудови і дослідження нових моделей механіки континуума; розуміння ефективності використання цих основних законів, положень і методів та уміння застосовувати їх до відомих та нових задач; розширення нових знань та їх зв'язків з іншими розділами математики та механіки.

При викладанні дисципліни слід звернути увагу на застосування методів та апарату, що відносяться до загального курсу теоретичної механіки, диференціальних рівнянь, математичної фізики та математичного аналізу. Вивчення даної дисципліни значною мірою сприяє формуванню у аспірантів наукового світогляду.

Завдання навчальної дисципліни:

- формування основних понять і законів теорії пружності, теоретичної гідромеханіки, гідропружності, термодинаміки й електродинаміки;
- ознайомлення з основними рівняннями теорії пружності, теоретичної гідромеханіки, гідропружності, термодинаміки й електродинаміки;
- ознайомлення з фізичними і математичними моделями сучасних задач МСС;
- ознайомлення з методами розв'язання крайових задачах теорії пружності, гідромеханіки, гідропружності, термодинаміки та електродинаміки;
- ознайомлення з варіаційними (енергетичними) принципами і методами в МСС;
- здатність використовувати сучасні програмні засоби для розв'язання задач МСС;
- дослідження нових моделей механіки континуума;
- здатність саморозвиватися і самовдосконалюватися при творчому дослідженні математичних проблем МСС.

Очікувані результати навчальної дисципліни

Загальні компетентності:

1. **ЗК1.** Аналіз і синтез. Здатність до аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів; навички управління інформацією (уміння знаходити та аналізувати інформацію з різних джерел).
2. **ЗК2.** Дослідницька здатність. Компетентності ініціювати та виконувати (індивідуально або в науковій групі) наукові дослідження, що приводять до отримання нових знань; здатність застосовувати знання на практиці.

3. **ЗКЗ.** Гнучкість мислення. Набуття гнучкого способу мислення, який дає можливість зрозуміти й розв'язати проблеми та задачі, зберігаючи при цьому критичне відношення до усталених наукових концепцій.
4. **ЗК8.** Популяризаційні навички. Вміння спілкуватися із нефаківцями; здатність провести усну презентацію та написати зрозумілу статтю за результатами проведених досліджень, а також щодо сучасних концепцій у прикладній математиці для нефаківців у цій галузі; здатність спілкуватися з експертами з інших галузей.

Фахові компетентності:

1. **ФК2.** Здатність застосовувати сучасну методологію, загальні та спеціальні методи наукового дослідження за спеціальністю та обраною спеціалізацією.
2. **ФК5.** Уміння будувати адекватні математичні моделі, досліджувати побудовані моделі та визначати можливості їх застосування.
3. **ФК8.** Здатність здійснювати дослідження прикладних математичних задач з використанням спеціальних математичних пакетів та аналізувати отримані дані.
4. **ФК12.** Поглиблені знання з теорії оптимального керування, якісної теорії лінійних керованих систем та основ геометричної теорії нелінійних систем. Здатність застосовувати методи теорії керування до розв'язання задач оптимізації та синтезу законів керування для математичних моделей динамічних процесів у природничих та технічних науках.

Програмні результати навчання:

1. **ПРН4.** Вміти будувати та досліджувати математичні моделі фізичних, соціально-економічних, технічних, біологічних тощо процесів, систем, процесів, формалізувати проблеми, описані природною мовою, за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.
2. **ПРН6.** Вміти пояснювати складні математичні концепції мовою, зрозумілою для нефаківців у галузі математики, представляти результати наукових досліджень на наукових та популяризаційних заходах.
3. **ПРН9.** Вміти організувати неперервний власний саморозвиток і самовдосконалення, набуття гнучкого способу мислення при творчому дослідженні, в тому числі прикладних математичних проблем.
4. **ПРН11.** Мати ґрунтовні знання з математичної теорії керування, вміти застосовувати їх для розв'язання прикладних задач.

За результатами вивчення навчальної дисципліни здобувач доктора філософії повинен:

знати:

- особливості історичного розвитку МСС;
- основні поняття і закони теорії пружності, гідромеханіки, термодинаміки й електродинаміки;
- основні рівняння теорії пружності, гідромеханіки, термодинаміки й електродинаміки;
- основні фізичні і математичні методи для побудови і дослідження сучасних моделей МСС;
- праці провідних зарубіжних вчених, наукові школи та фундаментальні праці у галузі механіки континуума.

вміти:

- сформулювати основні положення теорії пружності, гідромеханіки, гідропружності, термодинаміки і електродинаміки;
- сформулювати основні закони теорії пружності, гідромеханіки, гідропружності, термодинаміки і електродинаміки та записати їх у виді математичних рівнянь з граничними умовами;
- будувати фізичні і математичні моделі сучасних задач механіки континуума, розробляти алгоритми їх вирішення та дослідження;
- застосовувати сучасні математичні програмні засоби для роз'язання та дослідження задач МСС

3. Програма навчальної дисципліни

Тема 1. Кінематика деформівного середовища (Основні гіпотези МСС. Перемінні Лагранжа і Ейлера. Теорія деформацій. Тензор скоростей деформацій).

Тема 2. Динамічні поняття і динамічні рівняння механіки суцільного середовища (Рівняння нерозривності. Рівняння руху суцільного середовища. Головні осі і головні компоненти симетричного тензора напружень).

Тема 3. Замкнені системи механічних рівнянь для найпростіших моделей суцільних середовищ (Ідеальні рідина і газ. Лінійне пружне тіло і нелінійна в'язка рідина).

Тема 4. Про постановку задач в механіці суцільного середовища (Типові спрощення в постановках деяких задач. Лінеаризація рівнянь і задач механіки суцільного середовища).

Тема 5. Теоретична гідромеханіка (Рівняння Ейлера. Потенційні течії ідеальної рідини. Інтеграл Коші Лагранжа. Потенційні руху нестисливої рідини. Властивості гармонійних функцій.).

Тема 6. Проблема озерних сейш.

Тема 7. **Рівняння руху ідеальної і нестисливої рідини в обмеженому об'ємі** (Кінематичні та динамічні умови). Лінеаризація граничних умов. Основна лінійна задача.

Тема 8. **Коливання рідини в прямокутному каналі. Енергія рідини.**

Тема 9. **Деякі загальні питання теорії малих коливань важкої ідеальної рідини** (Метод Фур'є. Основне інтегральне рівняння. Теорема про власні коливання. Про існування і повноті головних коливань).

Тема 10. **Коливання рідини в циліндричній посудині довільного поперечного перерізу** (зведення крайової задачі до інтегрального рівняння Фредгольма 2-го роду з симетричним ядром. Повнота і ортогональність власних функцій).

Тема 11. **Вимушені коливання рідини в судинах. Рішення лінійної задачі про вимушені коливання рідини.**

Тема 12. **Загальний випадок руху порожнини з рідиною. Потенціали Жуковського.**

Тема 13. **Стійкість обертання твердого тіла з рідиною. Правіло “великої вісі”.**

Тема 14. **Теорія пружності** (Модель пружного тіла. Постановка задач теорії пружності. Рівняння Клапейрона. Теорема єдиності рішення задач теорії пружності. Принцип Сен-Венана).

Тема 15. **Варіаційні методи в теорії пружності.**

Тема 16. **Згинальні коливання пластин** (Класична теорія. Гіпотези Кірхгофа - Лява. Облік тангенціальних зусиль в серединній поверхні. Облік поперечних зсувів і інерції обертання в теорії коливанні пластин).

Тема 17. **Загальні властивості власних частот і власних форм пружних систем** (Рівняння вільних коливань. Власні частоти і власні форми пружних систем. Скалярний і енергетичні добутки. Властивості самосопряжених операторів рівнянь вільних коливань. Властивості власних частот і власних форм).

Тема 18. **Основні поняття і рівняння термодинаміки** (Перший початок термодинаміки (закон збереження енергії) і рівняння притоку тепла. Термодинамічна рівноважність, оборотні і необоротні процеси. Другий закон термодинаміки та поняття ентропії).

Тема 19. **Основні поняття і рівняння електродинаміки** (Основні поняття електродинаміки. Електромагнітне поле. Рівняння Максвелла в пустоті. Рівняння Максвелла в просторі Мінковського).

Тема 20. **Сучасні моделі механіки суцільного середовища.**

4. Структура навчальної дисципліни

Назва теми	Кількість годин	
	С	у тому числі

		Лекції	Практичні Заняття	Самостійна Робота
1	2	3	4	5
1. Кінематика деформівного середовища	6	2	2	2
2. Динамічні поняття і динамічні рівняння механіки суцільного середовища	6	2	2	2
3. Замкнені системи механічних рівнянь для найпростіших моделей суцільних середовищ	6	2	2	2
4. Про постановку задач в механіці суцільного середовища	6	2	2	2
5. Теоретична гідромеханіка	6	2	2	2
6. Проблема озерних сейш	6	2	2	2
7. Рівняння руху ідеальної і нестисливої рідини в обмеженому об'ємі	6	2	2	2
8. Коливання рідини в прямокутному каналі. Енергія рідини	6	2	2	2
9. Деякі загальні питання теорії малих коливань важкої ідеальної рідини	5	2	1	2
10. Коливання рідини в циліндричній посудині довільного поперечного перерізу	5	2	1	2
11. Вимушені коливання рідини в судинах. Рішення лінійної задачі про вимушені коливання рідини	3	1	1	1
12. Загальний випадок руху порожнини з рідиною. Потенціали Жуковського	3	1	1	1
13. Стійкість обертання твердого тіла з рідиною. Правіло "великої вісі"	3	1	1	1
14. Теорія пружності	3	1	1	1
15. Варіаційні методи в теорії пружності	3	1	1	1
16. Згинальні коливання пластин	3	1	1	1
17. Загальні властивості власних частот і власних форм пружних систем	3	1	1	1
18. Основні поняття і рівняння термодинаміки	3	1	1	1
19. Основні поняття і рівняння електродинаміки	4	1	0	3
20. Сучасні моделі механіки суцільного середовища	4	1	0	3
Усього годин	90	30	26	34

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Кінематика деформівного середовища	2
2	Динамічні поняття і динамічні рівняння механіки суцільного середовища	2
3	Замкнені системи механічних рівнянь для найпростіших моделей суцільних середовищ	2
4	Про постановку задач в механіці суцільного середовища	2
5	Теоретична гідромеханіка	2
6	Проблема озерних сейш	2
7	Рівняння руху ідеальної і нестисливої рідини в обмеженому об'ємі	2
8	Коливання рідини в прямокутному каналі. Енергія рідини	2
9	Деякі загальні питання теорії малих коливань важкої ідеальної рідини	1
10	Коливання рідини в циліндричній посудині довільного поперечного перерізу	1
11	Вимушені коливання рідини в судинах. Рішення лінійної задачі про вимушені коливання рідини	1
12	Загальний випадок руху порожнини з рідиною. Потенціали Жуковського	1
13	Стійкість обертання твердого тіла з рідиною. Правіло “великої вісі”	1
14	Теорія пружності	1
15	Варіаційні методи в теорії пружності	1
16	Згинальні коливання пластин	1
17	Загальні властивості власних частот і власних форм пружних систем	1
18	Основні поняття і рівняння термодинаміки	1
	Разом	26

6. Теми для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Кінематика деформівного середовища	2
2	Динамічні поняття і динамічні рівняння механіки суцільного середовища	2
3	Тензорний аналіз	2
4	Про постановку задач в механіці суцільного середовища	2
5	Гідромеханіка	2
6	Загальні рівняння руху ідеальної рідини	2
7	Загальна постановка задач гідродинаміки	2
8	Застосування закону кількостей руху і закону моменту кількостей руху. Рівняння енергії	2
9	Математичні моделі динаміки обмеженого об'єму рідини з вільною поверхнею. Граничні та початкові умови	2
10	Загальний випадок руху порожнини з рідиною	2

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
11	Потенціали Жуковського	1
12	Стоячі хвилі в посудині, який має форму паралелепіпеда	1
13	Коливання рідини в круговому і кільцевому циліндрах	1
14	Вимушені коливання рідини в судинах	1
15	Рішення лінійної задачі про вимушені коливання рідини	1
16	Теорія пружності	1
17	Варіаційні методи в теорії пружності	1
18	Пружні хвилі в ізотропному середовищі	1
19	Основні поняття і рівняння термодинаміки	3
20	Основні поняття і рівняння електродинаміки	3
	Разом	34

7. Методи навчання

При викладанні навчальної дисципліни «Вибіркові розділи механіки суцільного середовища» використовуються такі методи навчання: метод проблемного навчання, евристичне навчання, модульно-рейтингова система навчання.

8. Методи контролю

Використовуються наступні методи контролю:

1. Поточний контроль знань:
 - усне опитування;
 - виконання практичних робіт;
 - тестування;
 - виконання дослідницьких завдань.
2. Підсумковий контроль знань (іспит):
 - підсумковий тест або екзаменаційні білети.

9. Критерії оцінювання результатів навчання

Розподіл балів, які отримує аспірант

[illegible]

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для іспиту
90-100	«відмінно» - здобувач повно і всебічно розкриває питання теми, вільно оперує поняттями і термінологією, демонструє глибокі знання джерел, має власну точку зору стосовно відповідної теми і може аргументовано її доводити
75-89	«добре» - загалом рівень знань здобувачів відповідає викладеному вище, але мають місце деякі упущення при виконанні завдань, обґрунтування неточні, не підтверджуються достатньо обґрунтованими доказами
60-74	«задовільно» - здобувач розкрив питання, в загальних рисах, розуміє їх суть, намагається робити висновки, але при цьому припускається грубих помилок, матеріал викладає нелогічно і не самостійно
35-59	«незадовільно» - з можливістю повторного складання, здобувач не в змозі дати відповідь на поставлене запитання або відповідь неправильна, не розуміє суті питання, не може зробити висновки
0-34	«незадовільно» - з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Орієнтовний перелік питань до підсумкового контролю (іспиту)

1. Перемінні Лагранжа і Ейлера. Теорія деформацій. Тензор скоростей деформацій.
2. Рівняння нерозривності. Рівняння руху суцільного середовища. Головні осі і головні компоненти симетричного тензора напружень.
3. Ідеальні рідина і газ. Лінійне пружне тіло і нелінійна в'язка рідина.
4. Рівняння Ейлера. Потенційні течії ідеальної рідини. Інтеграл Коші Лагранжа. Потенційні руху нестисливої рідини. Властивості гармонійних функцій.
5. Рівняння руху ідеальної і нестисливої рідини в обмеженому об'ємі. Кінематичні та динамічні умови. Лінеаризація граничних умов. Основна лінійна задача.
6. Коливання рідини в циліндричній посудині довільного поперечного перерізу. Зведення крайової задачі до інтегрального рівняння Фредгольма 2-го роду з симетричним ядром. Повнота і ортогональність власних функцій.
10. Вимушені коливання рідини в судинах. Рішення лінійної задачі про вимушені коливання рідини.
11. Загальний випадок руху порожнини з рідиною. Потенціали Жуковського.
12. Стійкість обертання твердого тіла з рідиною. Правіло "великої вісі".

13. Модель пружного тіла. Постановка задач теорії пружності. Рівняння Клапейрона. Теорема єдності рішення задач теорії пружності. Принцип Сен-Венана.

14. Гіпотези Кірхгофа - Лява. Облік тангенціальних зусиль в серединній поверхні. Облік поперечних зсувів і інерції обертання в теорії коливання пластин.

15. Загальні властивості власних частот і власних форм пружних систем. Рівняння вільних коливань. Власні частоти і власні форми пружних систем.

16. Скалярний і енергетичні добутки. Властивості самосопряжених операторів рівнянь вільних коливань. Властивості власних частот і власних форм.

17. Перший початок термодинаміки (закон збереження енергії) і рівняння притоку тепла. Термодинамічна рівноважність, оборотні і необоротні процеси.

18. Другий закон термодинаміки та поняття ентропії.

19. Основні поняття електродинаміки. Електромагнітне поле. Рівняння Максвелла в пустоті. Рівняння Максвелла в просторі Мінковського.

20. Сучасні моделі механіки суцільного середовища.

12. Рекомендована література

Основна література

1. Kochin N.E. Theoretical hydromechanics. – New York, Interscience Publishers, 1964.
2. Sedov L. I. A Course in Continuum Mechanics. – Wolters-Noordhoff, Groningen, 1971.
3. Кононов Ю.М. Основні методи дослідження складних механічних систем: Методичний посібник зі спецкурсу "Динаміка тіл з порожнинами, що містять рідину". – Донецьк: ДонНУ, 2007. – 40 с.
4. Berdichevsky V.L. Variational Principles of Continuum Mechanics. – Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2009.
5. Faltinsen O.M., Timokha A.N. Sloshing. – Cambridge University Press, 2009. – 686 p.
6. Ibrahim R.A. Recent Advances in Physics of Fluid Parametric Sloshing and Related Problems // Journal of Fluids Engineering. – 2015. – 137. – P. 1 – 52.
7. Kononov Yu.M., Shevchenko V.P., Dzhukha Yu.O. Axially symmetric vibrations of elastic annular bases and a perfect two-layer liquid in a rigid annular cylindrical vessel. *Journal of Mathematical Sciences*, 2019, **240** (1), p. 98–112.
8. Kononov Yu.M., Dzhukha Yu.O.. Vibrations of Two-Layer Ideal Liquid in a Rigid Cylindrical Vessel with Elastic Bases. *Journal of Mathematical Sciences* 2020, **246**, p. 365–383.

9. Yu. M. Kononov Stability of the Equilibrium State of a Rigid Body with Multilayer Ideal Liquid Separated by Elastic Plates. *Ukrainian Mathematical Journal* –2022, **73**,– P.1551–1565.
10. Kononov Yuriy M. On the solution of a complicated biharmonic equation in a hydroelasticity problem. *Journal of Mathematical Scienc.* – 2023. –**274** , № 3. – P. 340 – 352.
11. Kononov Yu.M., Sviatenko Ya.I. Stabilization of a Spinning Lagrange Gyroscope Filled with Ideal Fluid in a Resisting Medium. *Int. Appl. Mech.* – 2023. – **59**, № 2. – P. 207 – 217.
12. Троценко В.А., Троценко Ю.В. Застосування варіаційних методів у спектральних задачах тонкостінних оболонок і гідропружності – Київ: Ін-т математики НАН України, Наук. думка, 2023. – 340 с
13. Kononov Yuriy M. On the rotational stability in an environment with resistance of a free system of two rigid bodies connected by an elastic spherical joint and having a cavity with a liquid. *Journal of Mathematical Scienc.* – 2024. –**284** , № 3. – P. 345 – 356.