

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Директор ІПММ НАН України
академік НАН України



_____ Ігор СКРИПНІК
« 25 » вересня 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Актуальні методи моделювання дискретних
динамічних систем**

**підготовки здобувачів ступеня вищої освіти
треть (освітньо-науковий)
доктора філософії**

галузь знань 11 Математика та статистика

спеціальність 113 Прикладна математика

Черкаси – 2025 р.

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Актуальні методи моделювання дискретних динамічних» для здобувачів наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Розробник:

Сапунов Сергій Валерійович, старший науковий співробітник відділу теорії керуючих систем, кандидат фізико-математичних наук.

Робочу програму схвалено на засіданні відділу теорії керуючих систем
Протокол № 4 від 18 вересня 2025 року.

Завідувач відділу



Кононов Ю.М.

Схвалено Науково-методичною радою Інституту прикладної математики і механіки НАН України

Протокол № 4 від 22 вересня 2025 року.

Голова науково-методичної ради



Несмелова О.В.

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів - 4	Галузь знань: 11 Математика та статистика	дисципліна вільного вибору аспіранта
Загальна кількість годин – 120	Спеціальність: 113 Прикладна математика	Рік підготовки:
		1, 2
		Семестр
		2, 3
		Лекції
Тижневих годин: аудиторних – 1,5 самостійної роботи – 1,7	Освітньо-кваліфікаційний рівень: доктор філософії	28 год.
		Практичні
		28 год.
		Самостійна робота
		64 год.
		Вид контролю: іспит

2. Мета, завдання та очікувані результати навчальної дисципліни.

Метою вивчення навчальної дисципліни «Актуальні методи моделювання дискретних динамічних систем» є формування у аспірантів ґрунтовних знань з методів математичного моделювання, необхідних для вивчення принципів дії, аналізу и синтезу дискретних динамічних систем та їх елементів.

Завдання навчальної дисципліни:

- оволодіння теоретичними та технологічними аспектами побудови моделей дискретних динамічних систем;
- оволодіння сучасними засобами автоматизації побудови моделей дискретних динамічних систем з використанням мов моделювання;
- вивчення різноманітних підходів до тестування моделей та визначення їх якості, комп'ютерної підтримки процесу розробки моделей.

Очікувані результати навчальної дисципліни

Загальні компетентності:

- **ЗК1. Аналіз і синтез.** Здатність до аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів; навички управління інформацією (уміння знаходити та аналізувати інформацію з різних джерел).
- **ЗК2. Дослідницька здатність.** Компетентності ініціювати та виконувати (індивідуально або в науковій групі) наукові дослідження, що приводять до отримання нових знань; здатність застосовувати знання на практиці.
- **ЗК3. Гнучкість мислення.** Набуття гнучкого способу мислення, який дає можливість зрозуміти й розв'язати проблеми та задачі, зберігаючи при цьому критичне відношення до усталених наукових концепцій.
- **ЗК4. Креативність.** Потенціал креативності у генеруванні ідей та досягненні наукових цілей.
- **ЗК8. Популяризаційні навички.** Вміння спілкуватися із нефаківцями; здатність провести усну презентацію та написати зрозумілу статтю за результатами проведених досліджень, а також щодо сучасних концепцій у прикладній математиці для нефаківців у цій галузі; здатність спілкуватися з експертами з інших галузей.
- **ЗК12. Особисті якості.** Здатність до навчання, саморозвитку та самовдосконалення протягом життя; визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

Фахові компетентності: (згідно до переліку фахових компетентностей освітньої програми)

- **ФК1.** Компетентність у побудові, дослідженні і застосуванні математичних моделей.
- **ФК3.** Здатність встановлювати теоретико-числові властивості математичних моделей.

- **ФК21.** Компетентність у алгоритмізації обчислювальних процесів та методів.

Програмні результати навчання:

- **ПРН-1.** Демонструвати знання й розуміння сучасних концепцій, принципів, теорій фундаментальної та прикладної математики, їх місця у науковому та культурному середовищі.
- **ПРН-9.** Уміти здійснювати збір, опрацювання, аналіз, систематизацію спеціалізованої науково-технічної інформації з різних джерел, уникаючи при цьому академічної недоброчесності.
- **ПРН-13.** Знати та вміти досліджувати основні математичні моделі, що використовуються для описання та дослідження дискретних динамічних систем різних типів.

За результатами вивчення навчальної дисципліни здобувач доктора філософії повинен:

знати:

- основні математичні моделі, що використовуються для описання та дослідження дискретних динамічних систем різних типів;
- основні структури та класифікації дискретних динамічних систем, основи теорії розкладів, основи теорії масового обслуговування, основи теорії автоматів;
- методи моделювання дискретних динамічних систем, методи оцінки продуктивності дискретних динамічних систем;
- методи побудови та якісного й кількісного аналізу детермінованих математичних моделей природничих, технічних та соціальних об'єктів і процесів.

вміти:

- оцінювати та інтерпретувати отримані результати при розв'язанні задач аналізу та синтезу дискретних динамічних систем;
- розробляти нові математичні методи моделювання об'єктів та явищ, а також алгоритмів перевірки адекватності математичних моделей об'єктів на основі даних натурного експерименту і алгоритмів інтерпретації натурного експерименту на основі його математичної моделі;
- моделювати дискретні динамічні системи як системи масового обслуговування, моделювати роботу дискретних динамічних систем із використанням теорії автоматів та мереж Петрі;
- виявляти природничо-наукову сутність проблем, що виникають в процесі професійної діяльності у галузі моделювання та аналізу складних природних та штучних систем.

3. Програма навчальної дисципліни

Тема 1. Загальні поняття математичного моделювання.

Класифікація видів моделювання. Класифікація математичних моделей. Параметри моделей та фазові змінні. Вимоги до математичних моделей. Загальна методика створення математичних моделей. Основні поняття системного підходу до створення математичних моделей.

Тема 2. Автоматні моделі.

Автомати Мілі та Мура. Навантажені автомати. Автомати із магазинною пам'яттю. Представлення моделі системи як сукупності операційного та керуючого автоматів (модель Глушкова). Синхронні послідовні пристрої та ітеративні мережі. Можливості, мінімізація та трансформація послідовних машин. Експерименти з ідентифікації станів та тестування послідовних пристроїв.

Тема 3. Клітинні автомати.

Базові поняття теорії клітинних автоматів. Канторівська топологія клітинних автоматів. Лінійні клітинні автомати. Рух частинок (Particle Motion). Формування шаблонів (Pattern Formation). Моделювання фізичних систем за допомогою клітинних автоматів.

Тема 4. Ймовірнісні моделі.

Дискретні мережі Маркова. Ймовірнісні автомати. Системи масового обслуговування.

Тема 5. Мережі Петрі.

Визначення мережі Петрі. Функціонування мережі Петрі. Аналіз мереж Петрі. Перетворення мереж Петрі. Моделі синхронізації паралельних процесів. Стохастичні та нечіткі мережі Петрі.

Тема 6. Імітаційні моделі.

Визначення методу імітаційного моделювання. Основні етапи імітаційного моделювання. Час в імітаційних моделях. Моделювання випадкових факторів. Моделювання випадкових процесів. Обробка та аналіз результатів імітаційного моделювання. Планування експериментів з імітаційними моделями.

Тема 7. Моделі надійності систем.

Вирішення задач оптимальної заміни обладнання обчислювальних систем. Оцінки часу обчислень на обчислювальних системах. Оптимізація розбиття обчислювальних систем на підсистеми.

Тема 8. Верифікація моделей за допомогою метода Model Checking.

Темпоральні логіки. Алгоритми для CTL та LTL. Структури Кріпке як моделі реагуючих систем. Символьна верифікація. Кількісний аналіз систем.

4. Структура навчальної дисципліни

Назва теми	Кількість годин			
	Усього	у тому числі		
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота
1	2	3	4	5
Тема 1. Загальні поняття математичного моделювання		2		
Тема 2. Автоматні моделі		6		
Тема 3. Клітинні автомати		4		
Тема 4. Ймовірнісні моделі		4		
Тема 5. Мережі Петрі		4		
Тема 6. Імітаційні моделі		2		
Тема 7. Моделі надійності систем		2		
Тема 8. Верифікація моделей за допомогою метода Model Checking		4		
Усього годин	120	28	28	64

5. Темі практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Аналіз та синтез скінчених автоматів	2
2	Мінімізація скінчених автоматів	2
3	Експерименти зі скінченими автоматами	4
4	А Автомати в лабіринтах	2
5	Аналіз та ідентифікація дискретних мереж Маркова	2
6	Ймовірнісні автомати та ймовірнісні реакції	2
7	Організація обчислень за допомогою клітинних автоматів	4
8	Аналіз та синтез мереж Петрі	2
9	Перетворення мереж Петрі	2
10	Оптимізаційні задачі на графах	2
11	Верифікація за допомогою метода Model Checking	4
	Разом	28

6. Теми для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Мінімізація часткових автоматів	4
2	Незалежні системи автоматів в лабіринтах	8
3	Колективи автоматів в лабіринтах	8
4	Автоматна модель переслідування	4
5	Скінченні автомати та моделювання найпростіших форм поведінки	4
6	Інсерційне моделювання О.А. Летичевського	6
7	Декомпозиція ймовірнісних скінчених автоматів	4
8	Ланцюги Маркова – випадкові блукання	6
9	Конструювання зображень клітинними автоматами	4
10	Мураха Ленгтона	4
11	Функціональні мережі Петрі	6
12	Автоматне програмування	6
	Разом	64

7. Методи навчання

При вивченні дисципліни використовуються:

1. Дидактичні методи – лекції з використанням мультимедійних презентацій.
2. Практичні методи: практичні роботи з використанням прикладного програмного забезпечення
3. Метод самостійного навчання.
4. Активні методи: експрес опитування.
5. Словесні методи навчання: лекції, бесіди

8. Методи контролю

Використовуються наступні методи контролю:

1. Поточний контроль знань:
 - усне опитування;
 - виконання практичних робіт;
 - виконання дослідницьких завдань.
2. Підсумковий контроль знань (іспит):
 - екзаменаційні білети.

9. Критерії оцінювання результатів навчання

Розподіл балів, які отримує аспірант

Аудиторна робота												Самостійна робота	Підсумковий контроль (іспит)	Загальна кількість отриманих балів
теми														
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12			
4	4	4	4	4	5	4	4	4	4	5	4	10	40	100

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для іспиту
90-100	«відмінно» - здобувач повно і всебічно розкриває питання теми, вільно оперує поняттями і термінологією, демонструє глибокі знання джерел, має власну точку зору стосовно відповідної теми і може аргументовано її доводити
75-89	«добре» - загалом рівень знань здобувачів відповідає викладеному вище, але мають місце деякі упущення при виконанні завдань, обґрунтування неточні, не підтверджуються достатньо обґрунтованими доказами
60-74	«задовільно» - здобувач розкрив питання, в загальних рисах, розуміє їх суть, намагається робити висновки, але при цьому припускається грубих помилок, матеріал викладає нелогічно і не самостійно
35-59	«незадовільно» - з можливістю повторного складання, здобувач не в змозі дати відповідь на поставлене запитання або відповідь неправильна, не розуміє суті питання, не може зробити висновки
0-34	«незадовільно» - з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Орієнтовний перелік питань до підсумкового контролю (іспиту)

1. Поняття моделі і моделювання. Властивості моделі. Класифікація моделей.
2. Адекватність та ефективність математичних моделей. Загальна логіка побудови моделей.
3. Методи побудови математичних моделей.
4. Типізація скінчено-автоматних моделей.
5. Способи задання скінчених автоматів.

6. Еквівалентність автоматів Мілі та Мура. Теорема В.М. Глушкова.
7. Задачі, які не розв'язуються в класі скінченних автоматів. Теорема Мінського.
8. Абстрактний синтез автоматів за регулярними виразами.
9. Мінімізація всюди визначених автоматів.
10. Мінімізація часткових автоматів: проблема та підходи до її вирішення.
11. Експерименти над автоматами: типізація, основні поняття.
12. Діагностична та установочна задачі. Їх розв'язність. Теореми А. Гілла.
13. Поведінковий підхід до синтезу автоматів.
14. Лабіринти: прямокутні, пласкі, шахматні. Пересування незалежних систем та колективів автоматів в лабіринтах. Постановка задачі переслідування.
15. Теорема Мура про еквівалентність задачі керування та задачі обходу лабіринту.
16. Періодичність поведінки системи автоматів у скінченних лабіринтах.
17. Періодичність послідовності вихідних символів автомата в лабіринтах $L_0, L_1, L_2(l), L_3(l), L_5(l)$.
18. Можливість обходу скінченних пласких лабіринтів скінченими автоматами.
19. Теорема Будаха-Подколзіна (неможливість обходу скінченим автоматом усіх пласких лабіринтів).
20. Обхід автоматом скінченних пласких дерев та скінченних однозв'язних шахових лабіринтів.
21. Обхід скінченим автоматом скінченних лабіринтів з обмеженими внутрішніми дірками.
22. Обхід колективом автоматів скінченних лабіринтів з однією внутрішньою діркою.
23. Обхід довільних скінченних шахових лабіринтів колективом автоматів.
24. Задача переслідування незалежною системою хижаків незалежної системи жертв в L_0 та L_1 .
25. Втеча жертви від заданої незалежної системи хижаків в лабіринтах $L_2(l), L_3(l), L_4, L_5(l)$.
26. Алгоритмічно нерозв'язні задачі на прикладі лабіринтних задач.
27. Основна ідея теорії комплектів, порівняння з теорією множин. Властивості комплектів.
28. Операції над комплектами. Простір комплектів.
29. Структура мереж Петрі. Граф мережі Петрі.
30. Маркування мереж Петрі.
31. Двоїста мережа Петрі.
32. Інверсна мережа Петрі.
33. Функціонування мереж Петрі.
34. Правила виконання мережі Петрі.
35. Простір станів мережі Петрі. Функція наступного стану.

11. Рекомендована література

Основна література дисципліни

1. Belta C., Yordanov B., Gol E.A. Formal Methods for Discrete-Time Dynamical Systems. – Springer, 2017. – 284 p.
2. Sakarovitch J. Elements of Automata Theory. – Cambridge University Press, 2009. – 784 p.
3. Hadeler K.-P., Müller J. Cellular Automata: Analysis and Applications. – Springer, 2017. – 467 p.
4. Kordic V. Petri Net. Theory and Applications. – I-TECH Education and Publishing, 2008. – 542 p.
5. Privault N. Understanding Markov Chains. Examples and Applications – Springer, 2018. – 372 p.
6. Baier C., Katoen J.-P., Larsen K.G. Principles of Model Checking. – MIT Press, 2008. – 994 p.

Допоміжна література дисципліни

1. Kohavi Z., Jha N.K. Switching and Finite Automata Theory. – Cambridge University Press, 2010. – 631 p.
2. Ilachinski A. Cellular Automata. A Discrete Universe. – World Scientific Publishing, 2001. – 840 p.
3. Badouel E., Bernardinello L., Darondeau P. Petri Net Synthesis. – Springer, 2015. – 340 p.
4. Brémaud P. Discrete Probability Models and Methods: Probability on Graphs and Trees, Markov Chains and Random Fields, Entropy and Coding. – Springer, 2017. – 559.
5. Li S.Z. Markov Random Field Modeling In Image Analysis. – Springer, 2009. – 362 p.
6. Huisman M., Wijs A. Concise Guide to Software Verification: From Model Checking to Annotation Checking. – Springer, 2023. – 251.