

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Директор ІПММ НАН України
академік НАН України

Ігор СКРИПНІК

«25» вересня 2025 р.



РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вибрані питання теорії крайових задач

підготовки здобувачів ступеня вищої освіти

треть (освітньо-науковий)

доктора філософії

галузь знань 11 Математика та статистика

спеціальність 111 Математика

Черкаси – 2025 р.

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Вибрані питання теорії крайових задач» для здобувачів наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика.

Розробники:

Чуйко С.М., провідний науковий співробітник відділу нелінійного аналізу та рівнянь математичної фізики Інституту прикладної математики і механіки НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор

Несмелова О.В., заступник директора з наукової роботи Інституту прикладної математики і механіки НАН України, доктор фізико-математичних наук, доцент

Робочу програму схвалено на засіданні відділу нелінійного аналізу та рівнянь математичної фізики

Протокол № 2 від 18.09.2025 року.

Завідувач відділу



Скрипник І.І.

Схвалено Науково-методичною радою Інституту прикладної математики і механіки НАН України

Протокол № 4 від 22 вересня 2025 року.

Голова науково-методичної ради



Несмелова О.В.

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни	
Кількість кредитів - 4	Галузь знань: 11 Математика та статистика	Вибіркова	
Загальна кількість годин – 120	Спеціальність: 111 Математика	Рік підготовки:	
		1-й	
		Семестр	
		2-й	3-й
		Лекції	
Тижневих годин: аудиторних – 1,5 самостійної роботи – 1,5	Освітньо-кваліфікаційний рівень: доктор філософії	28 год.	
		Практичні	
		28 год.	
		Самостійна робота	
		64 год.	
		Вид контролю: іспит	

2. Мета, завдання та очікувані результати навчальної дисципліни.

Метою навчальної дисципліни «Вибрані питання теорії крайових задач» є ознайомлення аспірантів з обраними питаннями теорії крайових задач, що будуть необхідними до їх навчального профілю, а саме, з основними наближеними методами розв'язання нелінійних диференціальних рівнянь.

Завдання навчальної дисципліни: є оволодіння основними методами та прийомами обчислення наближених розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь.

Очікувані результати навчальної дисципліни

Загальні компетентності:

1. Аналіз і синтез. Здатність до аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів; навички управління інформацією (уміння знаходити та аналізувати інформацію з різних джерел) (ЗК 1).

2. Дослідницька здатність. Компетентності ініціювати, виконувати та здійснювати управління науковими проєктами (індивідуально або в науковій групі), які приводять до отримання нових знань, складати пропозиції щодо фінансування наукових досліджень; здатність застосовувати знання на практиці (ЗК 2).

3. Гнучкість мислення. Набуття гнучкого способу мислення, який дає можливість зрозуміти й розв'язати проблеми та задачі, зберігаючи при цьому критичне відношення до усталених наукових концепцій (ЗК 3).

4. Комунікативні навички. Здатність ефективно спілкуватися із спеціальною та загальною аудиторіями, а також представляти складну інформацію у зручній та зрозумілій спосіб усно і письмово, використовуючи відповідну технічну лексику та методи; навички використання інформаційних і комунікаційних технологій; здатність спілкуватися рідною та другою іноземною мовою як усно, так і письмово (ЗК 6).

5. Міжнародний кругозір. Здатність працювати в міжнародному середовищі, ставитися із повагою до національних та культурних традицій, способів роботи інших членів групи (ЗК 7).

6. Популяризаційні навички. Вміння спілкуватися із нефахівцями; здатність провести усну презентацію та написати зрозумілу статтю за результатами проведених досліджень, а також щодо сучасних концепцій у математиці для нефахівців у цій галузі (ЗК 8).

7. Етичні установки. Етика поведінки в наукових дослідженнях; турбота про якість результату (ЗК 11).

8. Особисті якості. Здатність до навчання, саморозвитку та самовдосконалення протягом життя; визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків (ЗК 12).

Фахові компетентності:

1. Здатність застосовувати сучасну методологію, загальні та спеціальні методи наукового дослідження за спеціальністю та обраною спеціалізацією (ФК 2).
2. Здатність логічно мислити, формулювати, строго доводити та перевіряти правильність математичних тверджень (ФК 4).
3. Здатність здійснювати теоретичні дослідження математичних задач з використанням спеціальних математичних пакетів та аналізувати отримані дані (ФК 7).
4. Оволодіння основними поняттями, підходами та принципами сучасних розділів функціонального аналізу, рівнянь математичної фізики та теорії диференціальних рівнянь, застосування абстрактних методів при розв'язанні задач (ФК 12).
5. Оволодіння сучасними методами теорії граничних задач, теорії узагальнених функцій, теорії операторів (ФК 13).
6. Оволодіння спеціальними розділами та методами досліджень теорії функціонального аналізу та теорії диференціальних рівнянь, набуття умінь ефективно застосовувати їх для аналізу складних систем та явищ (ФК 14).

Програмні результати навчання:

1. Знати та розуміти традиційні та передові тенденції в галузі математики, етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, формування поглибленої системи наукових знань за напрямом досліджень (ПРН-1).
2. Знати основні принципи, форми та методи проведення наукових досліджень в галузі математики, володіти математичним апаратом в об'ємі, достатньому для професійної діяльності (ПРН-3).
3. Вміти за допомогою теоретичного математичного апарату досліджувати різноманітні природні явища та процеси, проводити аналіз впливу на них різних факторів, а також вивчати взаємодію між явищами з метою отримання переконливо доведених і корисних фундаментальних та практичних результатів (ПРН-5).
4. Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською та іноземними мовами. Уміти працювати зі спеціальною літературою та наукометричними базами даних, в тому числі іноземною мовою (ПРН-8).
5. Вміти організувати неперервний власний саморозвиток і самовдосконалення, набуття гнучкого способу мислення при творчому дослідженні, в тому числі прикладних математичних проблем (ПРН-10).
6. Вміти формулювати наукові проблеми з огляду на цінні стін орієнтири сучасного суспільства та стану її поточного дослідження (ПРН-11).
7. Розв'язувати фундаментальні та прикладні задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями, будувати та досліджувати нові математичні моделі (ПРН-12).

8. Знати теоретичні основи і застосовувати методи сучасної теорії диференціальних рівнянь та теорії нелінійних коливань для розв'язування фундаментальних та прикладних задач (ПРН-16).

9. Знати теоретичні основи і застосовувати методи сучасної наукової теорії функціонального аналізу, основні властивості диференціальних операторів, узагальнених функцій і вміння ефективно застосовувати їх для синтезу і аналізу складних систем та явищ (ПРН 17).

10. Знати теоретичні основи і застосовувати методи теорії граничних задач для диференціальних рівнянь (ПРН 18).

За результатами вивчення навчальної дисципліни здобувач доктора філософії повинен:

знати:

- Поняття норма вектора, норма матриці, похідна та диференціал за Фреше;
- основні чисельні методи отримання наближених розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь.

вміти:

- вміти досліджувати і розв'язувати за допомогою наближених методів різноманітні нелінійні диференціальні рівняння;
- аналізувати поставлену математичну задачу, розглядати різні способи її розв'язування та обирати найбільш підходящий;
- застосовувати теоретичні знання і практичні навички, використовуючи вивчений матеріал, додаткову та довідникову літературу та приймати на їх основі обґрунтовані рішення.

3. Програма навчальної дисципліни

Тема 1. Наближені методи розв'язання рівнянь та систем рівнянь.

Тема 2. Апроксимації Паде.

Тема 3. Норма вектора та норма матриці. Розвинення векторних функцій.

Тема 4. Похідна та диференціал за М. Фреше.

Тема 5. Зображення другого диференціала за Фреше векторної функції за допомогою матриць Гессе.

Тема 6. Теорема Лагранжа для векторних функцій.

Тема 7. Формула Тейлора для векторних функцій.

Тема 8. Чисельні методи обчислення визначеного інтеграла. Формула Симпсона.

Тема 9. Формула “трьох восьмих”.

Тема 10. Розв'язання нелінійних скалярних рівнянь за допомогою метода простих ітерацій.

Тема 11. Методи теорії збурень при розв'язанні нелінійних скалярних рівнянь. Формула Ньютона.

Тема 12. Метод січних.

Тема 13. Метода малого параметра Ляпунова-Пуанкаре для розв'язання скалярних нелінійних рівнянь.

Тема 14. Метода найменших квадратів для розв'язання скалярних нелінійних рівнянь.

4. Структура навчальної дисципліни

Назва теми	Кількість годин			
	Усього	у тому числі		
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота
1	2	3	4	5
Тема 1. Наближені методи розв'язання рівнянь та систем рівнянь.	8	2	2	4
Тема 2. Апроксимації Паде.	8	2	2	4
Тема 3. Норма вектора та норма матриці. Розвинення векторних функцій.	8	2	2	4
Тема 4. Похідна та диференціал за М. Фреше.	8	2	2	4
Тема 5. Зображення другого диференціала за Фреше векторної функції за допомогою матриць Гессе.	8	2	2	4
Тема 6. Теорема Лагранжа для векторних функцій.	8	2	2	4
Тема 7. Формула Тейлора для векторних функцій.	9	2	2	5
Тема 8. Чисельні методи обчислення визначеного інтеграла. Формула Симпсона.	9	2	2	5
Тема 9. Формула “трьох восьмих”.	9	2	2	5
Тема 10. Розв'язання нелінійних скалярних рівнянь за допомогою метода простих ітерацій.	9	2	2	5
Тема 11. Методи теорії збурень при розв'язанні нелінійних скалярних рівнянь. Формула Ньютона.	9	2	2	5
Тема 12. Метод січних.	9	2	2	5
Тема 13. Метод малого параметра Ляпунова-Пуанкаре для розв'язання скалярних нелінійних рівнянь.	9	2	2	5
Тема 14. Метод найменших квадратів для розв'язання скалярних нелінійних рівнянь.	9	2	2	5
Усього годин	90	28	28	64

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1.	Наближені методи розв'язання рівнянь та систем рівнянь.	2
2.	Наближені обчислення з використанням апроксимацій Паде.	2
3.	Обчислення норми вектора та норми матриці. Розвинення векторних функцій.	2
4.	Обчислення похідної та диференціала за М. Фреше.	2
5.	Зображення другого диференціала за Фреше векторної функції за допомогою матриць Гессе.	2
6.	Теорема Лагранжа для векторних функцій.	2
7.	Формула Тейлора для векторних функцій.	2
8.	Використання чисельних методів обчислення визначеного інтеграла та формули Симпсона.	2
9.	Використання формули "трьох восьмих".	2
10.	Розв'язання нелінійних скалярних рівнянь за допомогою метода простих ітерацій.	2
11.	Застосування метода теорії збурень при розв'язанні нелінійних скалярних рівнянь та формули Ньютона.	2
12.	Застосування метода січних.	2
13.	Застосування метода малого параметра Ляпунова-Пуанкаре для розв'язання скалярних нелінійних рівнянь.	2
14.	Застосування метода найменших квадратів для розв'язання скалярних нелінійних рівнянь.	2
	Разом	28

6. Теми для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Формула Хеддля.	10
2	Типи збіжності ітераційних схем. Квадратична збіжність ітераційної схеми.	10
3	Двохкроково квадратична збіжність ітераційної схеми.	10
4	Застосування формули Ньютона для розв'язання нелінійного рівняння Дюфінга зі збуренням.	10
5	Ітераційна схема з кубічною збіжністю для розв'язання скалярних нелінійних рівнянь.	12
6	Застосування ітераційної схеми з кубічною збіжністю для розв'язання рівняння Дюфінга.	12
	Разом	64

7. Методи навчання

При викладанні навчальної дисципліни «Вибрані питання теорії крайових задач» використовуються такі методи навчання:

1. Пояснювально-ілюстративний метод. Аспіранти здобувають знання, слухаючи лекцію, з навчальної або методичної літератури, через екранний посібник у "готовому" вигляді. Сприймаючи й осмислюючи факти, оцінки, висновки, вони залишаються в межах репродуктивного мислення. Такий метод якнайширше застосовують для передавання значного масиву інформації. Його можна використовувати для викладення й засвоєння фактів, підходів, оцінок, висновків.

2. Дослідницький метод. Після аналізу матеріалу, постановки проблем та короткого усного або письмового інструктажу ті, кого навчають, самостійно вивчають літературу, шукають додаткову інформацію та виконують інші пошукові дії, після чого оброблюють отриману інформацію та роблять відповідні висновки. Ініціатива, самостійність, творчий пошук виявляються в дослідницькій діяльності найповніше.

3. Проблемно-пошуковий, основа якого полягає в утворенні у навчальному процесі пошукових ситуацій. Цей метод навчання розвиває активність, самостійність, творчі здібності.

8. Методи контролю

Використовуються наступні методи контролю:

1. Поточний контроль знань:
 - усне опитування;
 - виконання практичних робіт;
 - виконання контрольних робіт;
 - виконання дослідницьких завдань.
2. Підсумковий контроль знань (іспит):
 - екзаменаційні білети.

9. Критерії оцінювання результатів навчання

Розподіл балів, які отримує аспірант

Аудиторна робота															Самостійна Робота	Підсумковий контроль (іспит)	Загальна кількість отриманих балів
теми																	
T1	T2	T3	T4	T5	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14			
2 б.	2 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	3 б.	20	40	100

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для іспиту
90-100	«відмінно» - здобувач повно і всебічно розкриває питання теми, вільно оперує поняттями і термінологією, демонструє глибокі знання джерел, має власну точку зору стосовно відповідної теми і може аргументовано її доводити
75-89	«добре» - загалом рівень знань здобувачів відповідає викладеному вище, але мають місце деякі упущення при виконанні завдань, обґрунтування неточні, не підтверджуються достатньо обґрунтованими доказами
60-74	«задовільно» - здобувач розкрив питання, в загальних рисах, розуміє їх суть, намагається робити висновки, але при цьому припускається грубих помилок, матеріал викладає нелогічно і не самостійно
35-59	«незадовільно» - з можливістю повторного складання, здобувач не в змозі дати відповідь на поставлене запитання або відповідь неправильна, не розуміє суті питання, не може зробити висновки
0-34	«незадовільно» - з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Орієнтовний перелік питань до підсумкового контролю (іспиту)

1. Апроксимації Паде.
2. Норми векторів.
3. Норми матриць.
4. Розвинення векторних функцій.
5. Похідна за М. Фреше.
6. Диференціал за М. Фреше.
7. Зображення другого диференціала за Фреше векторної функції за допомогою матриць Гессе.
8. Теорема Лагранжа для векторних функцій.
9. Формула Тейлора для векторних функцій.
10. Чисельні методи обчислення визначеного інтеграла.
11. Формула Симпсона.
12. Формула “трьох восьмих”.
13. Формула Хеддлі.
14. Розв'язання нелінійних скалярних рівнянь за допомогою метода простих ітерацій.
15. Типи збіжності ітераційних схем.
16. Методи теорії збурень при розв'язанні нелінійних скалярних рівнянь.
17. Формула Ньютона.
18. Квадратична збіжність ітераційної схеми.

19. Застосування формули Ньютона для розв'язання нелінійного рівняння Дюффінга зі збуренням.

20. Метод січних. Двохкроково квадратична збіжність ітераційної схеми.

21. Застосування метода малого параметра Ляпунова-Пуанкаре для розв'язання скалярних нелінійних рівнянь.

22. Застосування метода найменших квадратів для розв'язання скалярних нелінійних рівнянь.

23. Ітераційна схема з кубічною збіжністю для розв'язання скалярних нелінійних рівнянь.

24. Застосування ітераційної схеми з кубічною збіжністю для розв'язання рівняння Дюффінга.

11.Рекомендована література

1. Бойчук О.А., Чуйко С.М. Конструктивні методи аналізу крайових задач теорії нелінійних коливань. - Київ. - Наукова думка. - 2023. - 232 с.
2. Богач І.В., Краковецький О.Ю., Крилик Л.В. Чисельні методи розв'язання диференціальних рівнянь засобами MathCAD: навчальний посібник. – Вінниця: ВНТУ. – 2020. – 106 с.
3. Каленюк П.І., Костробій П.П., Нитребич З.М., Тацій Р.М., Рудавський Ю.К., Андрусак І.В., Бобик І.О., Зашкільняк І.М., Олексів І.Я., Стасюк М.Ф. Збірник задач з диференціальних рівнянь. Навчальний посібник. – Львів: Видавництво Львівської політехніки. – 2016. – 236 с.
4. Килимник І.М., Яримбаш Д.С. Диференціальні рівняння. Навчальний посібник. – Запоріжжя. – Запорізький національний технічний університет. – 2018. – 102 с.
5. Лиходєєва Г. В., Пастирєва К. Ю. Диференціальні рівняння. Навчальний посібник. Ч. І. Звичайні диференціальні рівняння. – Київ. – Центр навчальної літератури. – 2018. – 144 с.
6. Лиходєєва Г. В., Пастирєва К. Ю. Диференціальні рівняння. Навчальний посібник. Ч. ІІ. Диференціальні рівняння вищих порядків. – Київ. – Центр навчальної літератури. – 2018. – 140 с.
7. Лабораторні роботи та домашні завдання для самостійної роботи з дисципліни «Методи обчислень» для студентів мех.–мат. факультету. – К., 2006 – 32 с.
8. Чуйко С.М. Практичні заняття з теорії нелінійних коливань. - Слов'янськ, Магдебург. - 2024. - 208 с.
9. Akhiezer N.I. Theory of Approximation. - Dover, New York. - 1992. – 307 p.
10. Albert A.E. Regression and the Moore-Penrose Pseudo-Inverse. – Academic Press Inc. – 1972. – 180 p.
11. Ben-Israel A., Greville T.N.E. Generalized inverses: Theory and applications (2nd ed.). – 2003. – New York. – Springer. – 240 p.

- 12.Boichuk A.A., Chuiko S.M. On approximate solutions of nonlinear boundary-value problems by the Newton–Kantorovich method // Journ. Math. Sci. – 2021. – **258**. - № 5. - P. 594. - 617.
- 13.Boichuk A.A., Chuiko S.M. On approximate solutions of weakly nonlinear boundary-value problems by the Newton–Kantorovich method // Journ. Math. Sci. - 2022.- **261**. - № 2. - P. 228 - 240.
- 14.Boicuk A., Cuiko S., RuzickovaM. Linearne okrajove ulohy. – Zilina: EDIS-
vydavatel'stvo ZU, 2013. – 177 p.
- 15.Chuiko S.M., Chuiko O.S., Popov M.V. Adomian decomposition method in the theory of nonlinear boundary-value problems // Journal of Mathematical Sciences. - 2023. - **277**. - № 2. - P. 338 - 351.
- 16.Chuiko S.M., Nesmelova O.V. On the reduction of an autonomous nonlinear boundary value problem unsolved with respect to the derivative to the first-order critical case // Journal of Mathematical Sciences. February, 2024. - **279**. - № 1. - P. 1 - 21.
- 17.Golub G.H., Charles F. van Loan Matrix computations (3rd ed.). – 1996. – Baltimore. – Johns Hopkins. – 694 p.
- 18.Kantorovich L.W., Akilov G.P. Funktionalanalysis in normierten Raumen. - 1964. - Akademie Verlag. - Berlin. - 622 p.
- 19.Rao C. R; Mitra S.K. Generalized Inverse of Matrices and its Applications. – 1971. – New York: John Wiley & Sons. – 240 p.