

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Директор ІПММ НАН України,
академік НАН України



_____ Ігор СКРИПНІК
« 25 » вересня 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Вибрані глави нелінійної теорії керування

**підготовки здобувачів ступеня вищої освіти
треть (освітньо-науковий)
доктора філософії**

галузь знань 11 Математика та статистика

спеціальність 113 Прикладна математика

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Вибрані глави нелінійної теорії керування» для здобувачів наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Розробник:

Щербак Володимир Федорович, провідний науковий співробітник відділу прикладної механіки ІПММ НАН України, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник.

Робочу програму схвалено на засіданні відділу прикладної механіки.

Протокол № 2 від 16 вересня 2025 року.

Завідувач відділу прикладної механіки



Зуєв О.Л.

Схвалено Науково-методичною радою Інституту прикладної математики і механіки НАН України.

Протокол № 4 від 22 вересня 2025 року.

Голова науково-методичної ради



Несмєлова О.В.

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів - 4	Галузь знань: 11 Математика та статистика	Вибіркова
Загальна кількість годин – 120	Спеціальність: 113 Прикладна математика	Рік підготовки:
		1-2
		Семестр
		2-3
		Лекції
Тижневих годин: аудиторних – 1,5 самостійної роботи – 1,7	Освітньо-кваліфікаційний рівень: доктор філософії	28 год
		Практичні
		28 год
		Самостійна робота
		64 год
		Вид контролю: іспит

2. Мета, завдання та очікувані результати навчальної дисципліни.

Метою навчальної дисципліни «Вибрані глави нелінійної теорії керування» є формування системи знань про задачі математичної теорії керування та методи їх дослідження. Окремою метою є висвітлення класичних проблем теорії керування, що виникають у природничих та технічних науках.

Завдання навчальної дисципліни «Вибрані глави нелінійної теорії керування»:

- методи керування рухом нелінійних систем;
- нелінійні явища, хаос, класичні нелінійні моделі в теорії керування;
- моделі в просторі стану;
- ознайомлення з властивостями пасивності, схемами синтезу пасивних систем;
- лінеаризація за допомогою оберненого зв'язку.
- принцип інваріантності;
- алгоритми стабілізації методом зворотнього шагу;
- лінійний та нелінійний спостерігач стану;
- синхронізація динамічних систем;
- алгоритми керування з використанням «еталонної моделі»;
- ініціювання досліджень прикладних задач синтезу систем керування у природничих та технічних науках;
- здатність саморозвиватися і самовдосконалюватися при творчому дослідженні математичних проблем теорії керування.

Очікувані результати навчальної дисципліни

Загальні компетентності:

1. ЗК1. Аналіз і синтез. Здатність до аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів; навички управління інформацією (уміння знаходити та аналізувати інформацію з різних джерел).

2. ЗК2. Дослідницька здатність. Компетентності ініціювати та виконувати (індивідуально або в науковій групі) наукові дослідження, що приводять до отримання нових знань; здатність застосовувати знання на практиці.

3. ЗК3. Гнучкість мислення. Набуття гнучкого способу мислення, який дає можливість зрозуміти й розв'язати проблеми та задачі, зберігаючи при цьому критичне відношення до усталених наукових концепцій.

4. ЗК6. Комунікативні навички. Здатність ефективно спілкуватися із спеціальною та загальною аудиторіями, а також представляти складну інформацію у зручній та зрозумілій спосіб усно і письмово, використовуючи відповідну технічну лексику та методи; навички

використання інформаційних і комунікаційних технологій; здатність спілкуватися рідною та другою іноземною мовою як усно, так і письмово.

5. ЗК7. Міжнародний кругозір. Здатність працювати в міжнародному середовищі, ставитися із повагою до національних та культурних традицій, способів роботи інших членів групи.

6. ЗК8. Популяризаційні навички. Вміння спілкуватися із нефаківцями; здатність провести усну презентацію та написати зрозумілу статтю за результатами проведених досліджень, а також щодо сучасних концепцій у прикладній математиці для нефаківців у цій галузі; здатність спілкуватися з експертами з інших галузей.

7. ЗК11. Етичні установки. Етика поведінки в наукових дослідженнях; турбота про якість результату.

8. ЗК12. Особисті якості. Здатність до навчання, саморозвитку та самовдосконалення протягом життя; визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

Фахові компетентності:

1. ФК2. Здатність застосовувати сучасну методологію, загальні та спеціальні методи наукового дослідження за спеціальністю та обраною спеціалізацією.

2. ФК5. Уміння будувати адекватні математичні моделі, досліджувати побудовані моделі та визначати можливості їх застосування.

3. ФК8. Здатність здійснювати дослідження прикладних математичних задач з використанням спеціальних математичних пакетів та аналізувати отримані дані.

4. ФК12. Поглиблені знання з теорії оптимального керування, якісної теорії лінійних керованих систем та основ геометричної теорії нелінійних систем. Здатність застосовувати методи теорії керування до розв'язання задач оптимізації та синтезу законів керування для математичних моделей динамічних процесів у природничих та технічних науках.

5. ФК13. Поглиблені знання основних методів теорії керування рухом та якісної теорії динамічних систем. Здатність застосовувати аналітичні та чисельні методи до розв'язання прикладних задач стійкості та стабілізації руху.

Програмні результати навчання:

1. ПРН1. Знати та розуміти традиційні та передові тенденції в галузі прикладної математики, етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, формування поглибленої системи наукових знань за напрямом досліджень.

2. ПРН3. Знати основні принципи, форми та методи проведення наукових досліджень в галузі прикладної математики, володіти математичним апаратом в об'ємі, достатньому для професійної діяльності.

3. ПРН4. Вміти будувати та досліджувати математичні моделі фізичних, соціально-економічних, технічних, біологічних тощо процесів, систем, процесів, формалізувати проблеми, описані природною мовою, за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.

4. ПРН6. Вміти пояснювати складні математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики, представляти результати наукових досліджень на наукових та популяризаційних заходах.

5. ПРН9. Вміти організувати неперервний власний саморозвиток і самовдосконалення, набуття гнучкого способу мислення при творчому дослідженні, в тому числі прикладних математичних проблем.

6. ПРН11. Мати ґрунтовні знання з математичної теорії керування, вміти застосовувати їх для розв'язання прикладних задач.

7. ПРН12. Знати основи теорії стійкості руху нелінійних динамічних систем та вміти застосовувати її апарат при дослідженні математичних моделей природничих і технічних наук.

За результатами вивчення навчальної дисципліни здобувач доктора філософії повинен:

знати:

- нові методи синтезу керованих систем, а саме: лінеаризація за допомогою оберненого зв'язку, метод обходу інтегратора;
- основні положення першого методу Ляпунова;
- формулювання основних теорем другого (прямого) методу Ляпунова та принципу інваріантності про стійкість, асимптотичну стійкість;
- методологію застосування апарату теорії керування при розв'язанні прикладних задач.

уміти:

- досліджувати властивості керованості та спостережливості систем звичайних нелінійних диференціальних рівнянь;
- застосовувати сучасні математичні програмні засоби (Matlab, Maple) для розв'язання задач теорії керування;
- використовувати методи лінеаризації, керованої стабілізації, зворотнього шагу, спостереження, при синтезі систем керування в задачах фізики, механіки та технічних науках;
- доводити основні теореми, що входять до програми даного курсу.

3. Програма навчальної дисципліни

Тема 1. Нелінійні моделі. Нелінійні явища.

Тема 2. Пасивність. Функції без пам'яті.

Тема 3. Моделі стану динамічної системи. Зв'язок зі стійкістю.

Тема 4. Лінеаризація. Метод Ляпунова.

Тема 5. Принцип інваріантності. Експоненціальна стабілізація.

Тема 6. Стабілізація неавтономних систем.

Тема 7. Стійкість входу до стану, Стабілізація за допомогою зворотного зв'язку.

Тема 8. Backstepping.

Тема 9. Алгоритми стабілізації методом зворотнього шагу.

Тема 10. Алгоритми керування на основі пасивності.

Тема 11. Керована функція Ляпунова.

Тема 12. Нелінійний спостерігач.

Тема 13. Глобальний спостерігач.

Тема 14. Синхронізація динамічних систем.

Тема 15. Алгоритми керування з використанням «еталонної моделі».

4. Структура навчальної дисципліни

Назва теми	Кількість годин			
	Усього	у тому числі		
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота
1	2	3	4	5
Тема 1. Нелінійні моделі. Нелінійні явища	8	2	2	4
Тема 2. Пасивність. Функції без пам'яті	12	3	3	6
Тема 3. Моделі стану динамічної системи. Зв'язок зі стійкістю	8	2	2	4
Тема 4. Лінеаризація. Метод Ляпунова	8	2	2	4
Тема 5. Принцип інваріантності. Експоненціальна стабілізація	6	1	1	4
Тема 6. Стабілізація неавтономних систем	10	2	2	6
Тема 7. Стійкість входу до стану, Стабілізація за допомогою зворотного зв'язку	8	2	2	4
Тема 8. Backstepping	6	2	2	2
Тема 9. Алгоритми стабілізації методом зворотнього шагу	8	2	2	4
Тема 10. Алгоритми керування на основі пасивності	8	2	2	4
Тема 11. Керована функція Ляпунова	6	1	1	4
Тема 12. Нелінійний спостерігач	6	1	1	4
Тема 13 Глобальний спостерігач.	10	2	2	6
Тема 14. Синхронізація динамічних систем	8	2	2	4
Тема 15. Алгоритми керування з використанням «еталонної моделі»	8	2	2	4
Усього годин	120	28	28	64

5. Темы практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Тема 1. Нелінійні моделі. Нелінійні явища	2
2	Тема 2. Пасивність. Функції без пам'яті	3
3	Тема 3. Моделі стану динамічної системи. Зв'язок зі стійкістю	2
4	Тема 4. Лінеаризація. Метод Ляпунова	2
5	Тема 5. Принцип інваріантності. Експоненціальна стабілізація	1
6	Тема 6. Стабілізація неавтономних систем	2
7	Тема 7. Стійкість входу до стану, Стабілізація за допомогою зворотного зв'язку	2
8	Тема 8. Backstepping	2
9	Тема 9. Алгоритми стабілізації методом зворотнього шагу	2
10	Тема 10. Алгоритми керування на основі пасивності	2
11	Тема 11. Керована функція Ляпунова	1
12	Тема 12. Нелінійний спостерігач	1
13	Тема 13 Глобальний спостерігач	2
14	Тема 14. Синхронізація динамічних систем	2
15	Тема 15. Алгоритми керування з використанням «еталонної моделі»	2
	Разом	28

6. Теми для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Тема 1. Нелінійні моделі. Нелінійні явища	4
2	Тема 2. Пасивність. Функції без пам'яті	6
3	Тема 3. Моделі стану динамічної системи. Зв'язок зі стійкістю	4
4	Тема 4. Лінеаризація. Метод Ляпунова	4
5	Тема 5. Принцип інваріантності. Експоненціальна стабілізація	4
6	Тема 6. Стабілізація неавтономних систем	6
7	Тема 7. Стійкість входу до стану, Стабілізація за допомогою зворотного зв'язку	4
8	Тема 8. Backstepping	2
9	Тема 9. Алгоритми стабілізації методом зворотнього шагу	4
10	Тема 10. Алгоритми керування на основі пасивності	4

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
11	Тема 11. Керована функція Ляпунова	4
12	Тема 12. Нелінійний спостерігач	4
13	Тема 13 Глобальний спостерігач	6
14	Тема 14. Синхронізація динамічних систем	4
15	Тема 15. Алгоритми керування з використанням «еталонної моделі»	4
	Разом	64

7. Методи навчання

При викладанні навчальної дисципліни «Теорія стійкості руху нелінійних систем» використовуються такі методи навчання: метод проблемного навчання, евристичне навчання, модульно-рейтингова система навчання.

8. Методи контролю

Використовуються наступні методи контролю:

1. Поточний контроль знань:
 - усне опитування;
 - виконання практичних робіт;
 - тестування;
 - виконання дослідницьких завдань.
2. Підсумковий контроль знань (іспит):
 - підсумковий тест або екзаменаційні білети.

9. Критерії оцінювання результатів навчання

Розподіл балів, які отримує аспірант

Аудиторна робота															Самостійна робота	Підсумковий контроль (іспит)	Загальна кількість отриманих балів	
теми																		
T1	T2	T3	T4	T5	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14				T15
3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	15	40	100

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для іспиту
90-100	«відмінно» - здобувач повно і всебічно розкриває питання теми, вільно оперує поняттями і термінологією, демонструє глибокі знання джерел, має власну точку зору стосовно відповідної теми і може аргументовано її доводити
75-89	«добре» - загалом рівень знань здобувачів відповідає викладеному вище, але мають місце деякі упущення при виконанні завдань, обґрунтування неточні, не підтверджуються достатньо обґрунтованими доказами
60-74	«задовільно» - здобувач розкрив питання, в загальних рисах, розуміє їх суть, намагається робити висновки, але при цьому припускається грубих помилок, матеріал викладає нелогічно і не самостійно
35-59	«незадовільно» - з можливістю повторного складання, здобувач не в змозі дати відповідь на поставлене запитання або відповідь неправильна, не розуміє суті питання, не може зробити висновки
0-34	«незадовільно» - з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Орієнтовний перелік питань до підсумкового контролю (іспиту)

1. Нелінійні моделі. Робот-маніпулятор.
2. Нелінійні моделі. Перевернутий маятник на візку.
3. Нелінійні моделі. Система мас-пружини.
4. Нелінійні моделі. Біохімічний реактор.
5. Backstepping. Алгоритми стабілізації методом зворотнього шагу.
6. Синхронізація динамічних систем.
7. Нелінійний спостерігач.
8. Керована функція Ляпунова.
9. Пасивність. Функції без пам'яті.
10. Алгоритми керування на основі пасивності.
11. Алгоритми керування з використанням «еталонної моделі».
12. Стійкість входу до стану, Стабілізація за допомогою зворотного зв'язку.
13. Стабілізація неавтономних систем.
14. Лінеаризація за зворотнім зв'язком.

11. Рекомендована література

Основна література дисципліни

1. Андреев А.Ф. Введение в локальную качественную теорию дифференциальных уравнений. – СПб.: Изд-во С.- Петерб. Университета, 2003. – 160 с.
2. Барбашин Е.А. Функции Ляпунова. – М.: Наука, 1970. – 240 с.
3. Жоголева Н.В., Щербак В.Ф. Синтез дополнительных соотношений в обратных задачах управления // Праці ІПММ НАН України. – 2015. Т. 29. С. 69–76.
4. Ла-Салль Ж., Лефшец С. Исследование устойчивости прямым методом Ляпунова. – М.: Мир, 1964. – 186 с.
5. Ли Э.Б., Маркус Л. Основы теории оптимального управления. – М.: Наука, 1972. 576 с.
6. И. В. Мирошник, В. О. Никифоров, А. Л. Фрадков. Нелинейное и адаптивное управление сложными динамическими системами СПб.: Наука, 2000.
7. Немыцкий В.В., Степанов В.В. Качественная теория дифференциальных уравнений. – М.-Л.: Гостехиздат, 1949. – 550 с.
8. В. Н. Фомин, А. Л. Фрадков, В. А. Якубович. Адаптивное управление динамическими объектами. М.: Наука, 1981
9. V. I. Korobov, T. V. Revina. On the feedback synthesis for an autonomous linear system with perturbations. *Journal of Dynamical and Control Systems*, 2024. DOI:10.1007/s10883-024-09690-4
10. H. Nijmeijer and A.J. van der Schaft. *Nonlinear Dynamic Control Systems*. Springer-Verlag, Berlin, – 1990 – 426 p.
11. Hassan Khalil, *Nonlinear Systems* (3rd edn). River, NJ; Prentice-Hall: Upper Saddle, 2001. – 401 p.
12. Avramov K., Mikhlin Y. Modes of Vibrating Mechanical Systems: 10 Years of Progress. *Appl. Mech. Rev.* Sep 2024, 76(5): 050801 (24 pages) Published Online: June 4, 2024. AMR-23-1022 <https://doi.org/10.1115/1.4063593>

Допоміжна література дисципліни

1. Биркгоф Дж. Динамические системы. – М.-Л.: Гостехиздат, 1941. – 320 с.
2. Зуев А.Л., Буряченко Е.А. Качественная теория дифференциальных уравнений: тексты лекций специального курса по дифференциальным уравнениям и уравнениям математической физики. – Донецк: ДонНУ, 2007. – 50 с.
3. A. Astolfi, D. Karagiannis, and R. Ortega. *Nonlinear and Adaptive Control with Applications*. Springer-Verlag, London, 2008. – 426 p.
4. A. Isidori. *Nonlinear Control Systems*. Springer-Verlag, Berlin, third edition, 1995. – 549. p.

5. A. Isidori. Nonlinear Control Systems II. Springer-Verlag, London, 1999. – 426 p.
6. V.I. Korobov. Time optimality for systems with multidimensional control and vector moment min-problem. Journal of Dynamical and Control Systems, 2020, Vol. 26, No.3, P. 525-550.
7. Maistrenko Y., Maistrenko V., Popovich O., Mosekilde E. Desynchronization of chaos in coupled logistic maps. // Phys. Rev. E., 1999, v. 60, p. 2817.