

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Директор ІПММ НАН України
академік НАН України



Ігор СКРИПНІК

« 25 » вересня 2025 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

«GEOMETRIC FUNCTION THEORY»

**підготовки здобувачів ступеня вищої освіти
треть (освітньо-науковий)
доктора філософії**

галузь знань 11 Математика та статистика

спеціальність 111 Математика

Черкаси - 2025 р.

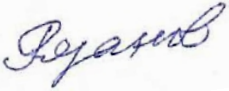
Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Geometric Function Theory» для здобувачів наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика

Розробник:

Гутлянський Володимир Якович, радник при дирекції, чл.-кор.
НАН України, д.ф.-м.н., професор ІПММ НАН України

Робочу програму схвалено на засіданні відділу теорії функцій
Протокол № 3 від 17.09.2025 року.

Завідувач відділу



В.І. Рязанов

Схвалено Науково-методичною радою Інституту прикладної математики і
механіки НАН України

Протокол № 4 від 22.09.2025 року.

Голова науково-методичної ради



О.В. Несмелова

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів -4	Галузь знань: 11 Математика та статистика	Вибіркова
Загальна кількість годин – 120	Спеціальність: 111 Математика	Рік підготовки:
		I-II
		Семестр
		2-3
		Лекції
Тижневих годин: аудиторних – 1,5 самостійної роботи – 1,7	Освітньо-кваліфікаційний рівень: доктор філософії	28 год
		Практичні
		28 год
		Самостійна робота
		64 год
		Вид контролю: іспит

1. Мета, завдання та очікувані результати навчальної дисципліни.

Метою навчальної дисципліни навчальної дисципліни «Geometric Function Theory» є поглиблене вивчення теорії аналітичних функцій.

Завдання навчальної дисципліни: оволодіння основними аналітичними та геометричними методами дослідження аналітичних функцій і вивчення їх основних властивостей.

Очікувані результати навчальної дисципліни

Загальні компетентності:

1. Аналіз і синтез. Здатність до аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів; навички управління інформацією (уміння знаходити та аналізувати інформацію з різних джерел) (ЗК 1).

2. Дослідницька здатність. Компетентності ініціювати та виконувати (індивідуально або в науковій групі) наукові дослідження, що приводять до отримання нових знань; здатність застосовувати знання на практиці. (ЗК 2).

3. Гнучкість мислення. Набуття гнучкого способу мислення, який дає можливість зрозуміти й розв'язати проблеми та задачі, зберігаючи при цьому критичне відношення до усталених наукових концепцій (ЗК 3).

4. Комунікативні навички. Здатність ефективно спілкуватися із спеціальною та загальною аудиторіями, а також представляти складну інформацію у зручний та зрозумілий спосіб усно і письмово, використовуючи відповідну технічну лексику та методи; навички використання інформаційних і комунікаційних технологій; здатність спілкуватися рідною та другою іноземною мовою як усно, так і письмово (ЗК 6).

5. Міжнародний кругозір. Здатність працювати в міжнародному середовищі, ставитися із повагою до національних та культурних традицій, способів роботи інших членів групи (ЗК 7).

6. Популяризаційні навички. Вміння спілкуватися із нефахівцями; здатність провести усну презентацію та написати зрозумілу статтю за результатами проведених досліджень, а також щодо сучасних концепцій у математиці для нефахівців у цій галузі (ЗК 8).

7. Етичні установки. Етика поведінки в наукових дослідженнях; турбота про якість результату (ЗК 11).

Особисті якості. Здатність до навчання, саморозвитку та самовдосконалення протягом життя; визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків (ЗК 12).

Фахові компетентності:

1. Здатність застосовувати сучасну методологію, загальні та спеціальні методи наукового дослідження за спеціальністю та обраною спеціалізацією (ФК 2).

2. Здатність логічно мислити, формулювати, строго доводити та перевіряти правильність математичних тверджень (ФК 4).
3. Здатність застосовувати спеціальні методи в теорії відображень та теорії аналітичних функцій і їх узагальнень (ФК 11).

Програмні результати навчання:

1. Знати та розуміти традиційні та передові тенденції в галузі математики, етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, формування поглибленої системи наукових знань за напрямом досліджень (ПРН 1).
2. Знати основні принципи, форми та методи проведення наукових досліджень в галузі математики, володіти математичним апаратом в об'ємі, достатньому для професійної діяльності (ПРН 3).
3. Вміти за допомогою теоретичного математичного апарату досліджувати різноманітні природні явища та процеси, проводити аналіз впливу на них різних факторів, а також вивчати взаємодію між явищами з метою отримання переконливо доведених і корисних фундаментальних та практичних результатів (ПРН 5).
4. Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською та іноземними мовами. Уміти працювати зі спеціальною літературою та наукометричними базами даних, в тому числі іноземною мовою (ПРН 8).
5. Вміти організувати неперервний власний саморозвиток і самовдосконалення, набуття гнучкого способу мислення при творчому дослідженні, в тому числі прикладних математичних проблем (ПРН 10).
6. Вміти формулювати наукові проблеми з огляду на цінні стін орієнтири сучасного суспільства та стану її поточного дослідження (ПРН 11).
7. Розв'язувати фундаментальні та прикладні задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями, будувати та досліджувати нові математичні моделі (ПРН 12).
8. Знати теоретичні основи і застосовувати спеціальні методи дослідження в теорії функцій комплексного змінного та теорії квазіконформних відображень (ПРН 13).

За результатами вивчення навчальної дисципліни здобувач доктора філософії повинен:

знати:

- оцінки зростання і обертання для однолістних аналітичних функцій.
- теореми збіжності Вейерштрасса, Гурвіца, Арцела, Віталі і Каратеодорі.
- критерії зіркових, опуклих і однолістних аналітичних функцій.

вміти:

- вміти використовувати методом площ при оцінках зростання і обертання для однолістних аналітичних функцій.
- уміння використовувати теореми збіжності Вейерштрасса, Гурвіца, Арцела, Віталі і Каратеодорі.
- застосовувати критерії зіркових, опуклих і однолістних аналітичних функцій.

2. Програма навчальної дисципліни

Тема 1. Univalent functions and conformal maps

Тема 2. The area principle

Тема 3. The classical distortion theorems

Тема 4. Sequences of univalent functions

Тема 5. Subordination and some convexity theory

Тема 6. Functions with positive real part

Тема 7. Starlike and convex functions

Тема 8. Some closed convex hulls

Тема 9. Semigroups of conformal mappings

Тема 10. Embedding: geometric approach

Тема 11. The Loewner differential equation

Тема 12. Extremal problems

Тема 13. Univalence criteria

Тема 14. Application to the Schwarz-Christoffel transformation

3. Структура навчальної дисципліни

Назва теми	Кількість годин			
	Усього	у тому числі		
		Лекції	Практичні заняття	Самостійна робота
1	2	3	4	5
Тема 1. Univalent functions and conformal maps	8	2	2	4
Тема 2. The area principle	8	2	2	4
Тема 3. The classical distortion theorems	8	2	2	4
Тема 4. Sequences of univalent functions	8	2	2	4
Тема 5. Subordination and some convexity theory	8	2	2	4
Тема 6. Functions with positive real part	8	2	2	4
Тема 7. Starlike and convex functions	10	2	2	6
Тема 8. Some closed convex hulls	8	2	2	4
Тема 9. Semigroups of conformal mappings	8	2	2	4
Тема 10. Embedding: geometric approach	10	2	2	6
Тема 11. The Loewner differential equation	10	2	2	6
Тема 12. Extremal problems	8	2	2	4
Тема 13. Univalence criteria	10	2	2	6
Тема 14. Application to the Schwarz-Christoffel transformation	8	2	2	4
Усього годин	120	28	28	64

4. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Riemann theorem, geometry of Koebe and Zhukovski functions	2
2	Extremal functions in the area principle	2
3	Examples to sharpness of classical distortion theorems	2
4	Applications of the convergence theorems by Weierstrass and Hurwitz	2
5	Applications of the convergence theorems by Arzela, Vitali and Caratheodory	2
6	Applications of the Schwartz lemma and the subordination principle to the Caratheodory class	2
7	Applications of criteria on functions with positive real part	2
8	Applications of criteria on starlike analytic functions	2
9	Applications of criteria on convex analytic functions	2
10	Exercises to convex hulls of classes of analytic functions	2
11	Estimates for analytic functions in the Caratheodory class	2
12	Solving extremal problems	2
13	Applications of univalence criteria	2
14	Applications of the Loewner equation	2
	Разом	28

5. Теми для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Riemann theorem, geometry of Koebe and Zhukovski functions	4
2	Extremal functions in the area principle	4
3	Examples to sharpness of classical distortion theorems	4
4	Applications of the convergence theorems by Weierstrass and Hurwitz	4
5	Applications of the convergence theorems by Arzela, Vitali and Caratheodory	4
6	Applications of the Schwartz lemma and the subordination principle to the Caratheodory class	4
7	Applications of criteria on functions with positive real part	6
8	Applications of criteria on starlike analytic functions	4
9	Applications of criteria on convex analytic functions	4
10	Exercises to convex hulls of classes of analytic functions	6
11	Estimates for analytic functions in the Caratheodory class	6
12	Solving extremal problems	4
13	Applications of univalence criteria	6
14	Applications of the Loewner equation	4
	Разом	64

6. Методи навчання

При викладанні навчальної дисципліни «Beltrami Equation: Geometric Approach» використовуються такі методи навчання: проблемно-пошуковий, пояснювально-ілюстративний, дослідницький, пошуковий, тощо. Освітній процес побудований на принципах особистісно орієнтованого навчання, на основі компетентнісного, системного, підходів що складає: проблемно-орієнтоване навчання; індивідуальні консультації фахівців Інституту прикладної математики і механіки НАН України, інших установ НАН України.

8. Методи контролю

Використовуються наступні методи контролю:

1. Поточний контроль знань:
 - усне опитування;
 - виконання практичних робіт;
 - тестування;
 - виконання дослідницьких завдань.
2. Підсумковий контроль знань (іспит):
 - підсумковий тест або екзаменаційні білети.

9. Критерії оцінювання результатів навчання

Розподіл балів, які отримує аспірант

Аудиторна робота														Самостійна робота	Підсумковий контроль (іспит)	Загальна кількість отриманих балів
теми																
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14			
3	4	3	3	3	3	4	3	3	3	3	3	3	4	15	40	100

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для іспиту
90-100	«відмінно» - здобувач повно і всебічно розкриває питання теми, вільно оперує поняттями і термінологією, демонструє глибокі знання джерел, має власну точку зору стосовно відповідної теми і може аргументовано її доводити
75-89	«добре» - загалом рівень знань здобувачів відповідає викладеному вище, але мають місце деякі упущення при виконанні завдань, обґрунтування неточні, не підтверджуються достатньо обґрунтованими доказами
60-74	«задовільно» - здобувач розкрив питання, в загальних рисах, розуміє їх суть, намагається робити висновки, але при цьому припускається грубих помилок, матеріал викладає нелогічно і не самостійно
35-59	«незадовільно» - з можливістю повторного складання, здобувач не в змозі дати відповідь на поставлене запитання або відповідь неправильна, не розуміє суті питання, не може зробити висновки
0-34	«незадовільно» - з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Орієнтовний перелік питань до підсумкового контролю (іспиту)

1. Univalent functions and conformal maps
2. The area principle
3. The classical distortion theorems
4. Sequences of univalent functions
5. Subordination and some convexity theory
6. Functions with positive real part
7. Starlike and convex functions
8. Some closed convex hulls
9. Semigroups of conformal mappings
10. Embedding: geometric approach
11. The Loewner differential equation
12. Extremal problems
13. Univalence criteria
14. Application to the Schwarz-Christoffel transformation
15. Riemann theorem, geometry of Koebe and Zhukovski functions
16. Extremal functions in the area principle
17. Examples to sharpness of classical distortion theorems
18. Applications of the convergence theorems by Weierstrass and Hurwitz
19. Applications of the convergence theorems by Arzela, Vitali and Caratheodory

20. Applications of the Schwartz lemma and the subordination principle to the Caratheodory class
21. Applications of criteria on functions with positive real part
22. Applications of criteria on starlike analytic functions
23. Applications of criteria on convex analytic functions
24. Exercises to convex hulls of classes of analytic functions
25. Estimates for analytic functions in the Caratheodory class
26. Solving extremal problems
27. Applications of univalence criteria
28. Applications of the Loewner equation

12. Рекомендована література

Основна література дисципліни

1. Gutlyanskii V. Geometric function theory. Lecture Notes, Helsinki, Finland.
2. Гутлянський В.Я., Рязанов В.І. Геометрична та топологічна теорія функцій та відображень – Київ: Наукова думка, 2011. ISBN 978-966-00-1156-4

Допоміжна література дисципліни

1. Jenkins J.A. Univalent functions and conformal mapping. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. Neue Folge, Heft 18. Reihe: Moderne Funktionentheorie Springer-Verlag, Berlin-Gottingen-Heidelberg, 1958.
2. Дженкінс Дж. Однолистові функції та конформні відображення. – М., 1962; переклад с Jenkins J.A. Univalent functions and conformal mapping. Springer-Verlag, Berlin-Gottingen-Heidelberg 1958.
3. Caratheodory, C. Conformal representation. Reprint of the 1952 second edition. Dover Publications, Inc., Mineola, NY, 1998.
4. Duren P.L. Univalent functions. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften, 259. Springer-Verlag, New York, 1983.
5. Олександров І.А. Параметричні продовження теорії в однолистових функцій. – М: Наука, 1976
6. Pommerenke Ch. Boundary behaviour of conformal maps. Grundlehren der Mathematischen, 299. Springer-Verlag, Berlin, 1992.
7. Schober G. Univalent functions—selected topics. Lect. Notes in Math., Vol. 478. Springer-Verlag, Berlin-New York, 1975.