

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»



Директор ІПММ НАН України
академік НАН України

Ігор СКРИПНІК

«*26*» *Вересня* 2024 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Динаміка та стійкість обертання системи зв'язаних твердих тіл
з рідиною**

**підготовки здобувачів ступеня вищої освіти
треть (освітньо-науковий)
доктора філософії**

галузь знань 11 Математика та статистика

спеціальність 113 Прикладна математика

Черкаси – 2024 р.

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Динаміка та стійкість обертання системи зв'язаних твердих тіл з рідиною» для здобувачів наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика

Розробник:

Кононов Юрій Микитович, завідувач відділом теорії керуючих систем, доктор фізико-математичних наук, професор ПІММ НАН України

Робочу програму схвалено на засіданні відділу теорії керуючих систем
Протокол № 3 від 23.09.2024 року.

Завідувач відділу теорії керуючих



Кононов Ю.М.

Схвалено Науково-методичною радою Інституту прикладної математики і механіки НАН України

Протокол № 4 від 26.09.2024 року.

Голова науково-методичної ради



Несмєлова О.В.

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів - 4	Галузь знань: 11 Математика та статистика	Вибіркова
Загальна кількість годин –120	Спеціальність: 113 Прикладна математика	Рік підготовки:
		1-2
		Семестр
		2-3
Тижневих годин: аудиторних – 1,5 самостійної роботи – 1,7	Освітньо-кваліфікаційний рівень: доктор філософії	Лекції
		28 год
		Практичні
		28 год
		Самостійна робота
		64 год
		Вид контролю: іспит

2. Мета, завдання та очікувані результати навчальної дисципліни.

Метою вивчення навчальної дисципліни «Динаміка та стійкість обертання системи зв'язаних твердих тіл з рідиною» є ознайомлення з колом задач обертання твердого тіла з рідиною та сучасними методами дослідження динаміка та стійкість руху системи пружно зв'язаних твердих тіл з рідиною (СПЗТТР), а також з теорією стійкості руху складних механічних систем. Для вивчення цього курсу аспіранти повинні володіти основними поняттями та фактами, що викладаються в курсах теоретичної механіки, теоретичної гідромеханіки, математичної фізики, загальних курсів математичного аналізу, вищої алгебри та диференціальних рівнянь.

Вивчення даної дисципліни значною мірою сприяє формуванню у аспірантів наукового світогляду.

Завдання навчальної дисципліни:

- основні фізичні і математичні моделі для побудови і дослідження сучасних задач руху системи зв'язаних твердих тіл;
- основні фізичні і математичні моделі для побудови і дослідження сучасних задач руху твердого тіла з рідиною та СПЗТТР;
- спектральна теорія самоспряжених лінійних операторів в гільбертовому просторі, задача С.Л. Соболева та функція стану С.Л. Соболева;
- модальний аналіз;
- рівняння руху твердого тіла з рідиною та СПЗТТР;
- стійкість по відношенню до частини змінних. Задача мінімуму зміненої потенційної енергії для твердого тіла з рідиною та СПЗТТР;
- сучасні передові концептуальні та методологічні знання при розв'язання задач динаміки та стійкості обертання СПЗТТР.

Очікувані результати навчальної дисципліни

Очікувані результати навчальної дисципліни

Загальні компетентності:

1. **ЗК1.** Аналіз і синтез. Здатність до аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів; навички управління інформацією (уміння знаходити та аналізувати інформацію з різних джерел).
2. **ЗК2.** Дослідницька здатність. Компетентності ініціювати та виконувати (індивідуально або в науковій групі) наукові дослідження, що приводять до отримання нових знань; здатність застосовувати знання на практиці.

3. **ЗКЗ.** Гнучкість мислення. Набуття гнучкого способу мислення, який дає можливість зрозуміти й розв'язати проблеми та задачі, зберігаючи при цьому критичне відношення до усталених наукових концепцій.
4. **ЗК8.** Популяризаційні навички. Вміння спілкуватися із нефаківцями; здатність провести усну презентацію та написати зрозумілу статтю за результатами проведених досліджень, а також щодо сучасних концепцій у прикладній математиці для нефаківців у цій галузі; здатність спілкуватися з експертами з інших галузей.

Фахові компетентності:

1. **ФК2.** Здатність застосовувати сучасну методологію, загальні та спеціальні методи наукового дослідження за спеціальністю та обраною спеціалізацією.
2. **ФК5.** Уміння будувати адекватні математичні моделі, досліджувати побудовані моделі та визначати можливості їх застосування.
3. **ФК8.** Здатність здійснювати дослідження прикладних математичних задач з використанням спеціальних математичних пакетів та аналізувати отримані дані.
4. **ФК12.** Поглиблені знання з теорії оптимального керування, якісної теорії лінійних керованих систем та основ геометричної теорії нелінійних систем. Здатність застосовувати методи теорії керування до розв'язання задач оптимізації та синтезу законів керування для математичних моделей динамічних процесів у природничих та технічних науках.

Програмні результати навчання:

1. **ПРН4.** Вміти будувати та досліджувати математичні моделі фізичних, соціально-економічних, технічних, біологічних тощо процесів, систем, процесів, формалізувати проблеми, описані природною мовою, за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.
2. **ПРН6.** Вміти пояснювати складні математичні концепції мовою, зрозумілою для нефаківців у галузі математики, представляти результати наукових досліджень на наукових та популяризаційних заходах.
3. **ПРН9.** Вміти організувати неперервний власний саморозвиток і самовдосконалення, набуття гнучкого способу мислення при творчому дослідженні, в тому числі прикладних математичних проблем.
4. **ПРН11.** Мати ґрунтовні знання з математичної теорії керування, вміти застосовувати їх для розв'язання прикладних задач.

За результатами вивчення навчальної дисципліни здобувач доктора філософії повинен:

знати:

1. Особливості історичного розвитку розв'язання задач руху твердого тіла з рідиною. Теореми Жуковського.
2. Особливості історичного розвитку розв'язання задач обертання твердого тіла з рідиною навколо нерухомої точки. Досліди Кельвіна, Грінхіла, Гафа і А. Пуанкаре.
3. Основні поняття і рівняння обертання твердого тіла та системи зв'язаних твердих тіл навколо нерухомої точки. Рівняння обертання гіроскопа Лагранжа з ідеальною рідиною навколо нерухомої точки. Задача С.Л. Соболева.
4. Спектральну теорію самоспряжених лінійних операторів в гільбертовому просторі, теорію самоспряжених операторів в просторі з індефінітної метрикою, функцію стану С.Л. Соболева, модальний аналіз.
7. Перший і другий метод Ляпунова. Стійкість по відношенню до частини змінних. Теорію фігур рівноваги рідини, яка обертається. Узагальненню теорему Лагранжа і Рауса. Задачу мінімуму зміненої потенційної енергії для твердого тіла з рідиною.
8. Основні фізичні і математичні моделі і методи, необхідні для побудови і дослідження сучасних задач руху СПЗТТР.
10. Знати праці провідних зарубіжних вчених, наукові школи та фундаментальні праці для розв'язування задач динаміки та стійкості руху СПЗТТР.

вміти:

1. Сформулювати та записати рівняння обертання твердого тіла та системи зв'язаних твердих тіл навколо нерухомої точки.
2. Сформулювати та записати рівняння обертання твердого тіла з рідиною навколо нерухомої точки.
3. Записати рівняння обертання гіроскопа Лагранжа з ідеальною рідиною навколо нерухомої точки та провести їх дослідження. Сформулювати досліди Кельвіна та правило "великої осі".
4. Використовувати функцію стану С.Л. Соболева для дослідження обертання гіроскопа Лагранжа з ідеальною рідиною.
5. Сформулювати стійкість по відношенню до частини змінних, узагальнені теореми Лагранжа і Рауса та задачу мінімуму зміненої потенційної енергії для твердого тіла з рідиною.
6. Будувати фізичні та математичні моделі сучасних задач обертання твердого тіла з рідиною та СПЗТТР, розробляти алгоритми їх дослідження та обчислювання.

3. Програма навчальної дисципліни

Тема 1. Загальні теореми та рівняння динаміки системи матеріальних точок (Кінематика твердого тіла. Основні динамічні величини. Динаміка твердого тіла).

Тема 2. Введення в аналітичну механіку (Загальне рівняння динаміки. Принцип віртуальних переміщень. Принцип Даламбера. Варіаційні принципи механіки).

Тема 3. Стійкість рівноваги і руху системи (Теорема Лагранжа про стійкість положення рівноваги. Ознаки нестійкості положення рівноваги. Теореми Ляпунова і Четаєва).

Тема 4. Рівняння руху системи зв'язаних твердих тіл (СЗТТ) (Основні геометричні і кінематичні співвідношення. Теорема про зміну моменту кількості руху системи. Невільні і вільні системи. Найпростіші руху системи зв'язаних твердих тіл).

Тема 5. Стійкість руху СЗТТ (Достатні умови стійкості рівномірних обертань невільною СЗТТ. Необхідні умови стійкості рівномірних обертань системи гіроскопів Лагранжа).

Тема 6. Найпростіші випадки руху твердого тіла з рідиною (Безвихревое рух рідини. Рух твердого тіла з рідиною. Теорема Жуковського. Однорідне вихровий рух рідини).

Тема 7. Рівняння руху твердого тіла з порожнинами, що містять рідину. Обчислення гіростатического моменту для найпростіших випадків руху рідини. Випадок сильно в'язкої та ідеальної рідини.

Тема 8. Стійкість руху твердого тіла з порожнинами, наповненими рідиною, по відношенню до частини змінних (Про застосування методу функцій Ляпунова в задачах про стійкість по відношенню до частини змінних).

Тема 9. Стійкість рівномірного обертання навколо нерухомої точки важкого гіроскопа Лагранжа з порожнинами, що містять ідеальну рідину (Випадок еліпсоїдальних та софокусних - еліпсоїдальних, циліндричних та коаксіальних порожнин. Правіло "великої вісі").

Тема 10. Вплив поперечних і коаксіальних перегородок в циліндричній порожнини на стійкість рівномірного обертання дзиги Лагранжа.

Тема 11. Рівняння руху системи n пружно зв'язаних твердих тіл з порожнинами, цілком заповненими однорідною рідиною (Рівняння руху невільної і вільної СПЗТТР).

Тема 12. Стійкість рівномірних обертань невільної СПЗТТР (Необхідні умови стійкості рівномірних обертань невільною системи n пружно зв'язаних гіроскопів Лагранжа, що містять ідеальну рідину. Випадок $n=1,2,3$. Врахування тільки основного та додаткового тонів коливання ідеальної рідини).

Тема 13. Стійкість рівномірних обертань вільної СПЗТТР (Необхідні умови стійкості рівномірних обертань невільною системи n гіроскопів Лагранжа, що містять ідеальну рідину. Випадок $n=1,2,3$. Врахування тільки основного тону коливання рідини).

Тема 14. Стабілізація нестійкого обертання твердого тіла з рідиною твердими тілами, які обертаються. Випадок невільного та вільного твердого тілом з рідиною.

4. Структура навчальної дисципліни

Назва теми	Кількість годин			
	Усього	у тому числі		
		Лекції	Практичні Заняття	Самостійна Робота
1	2	3	4	5
1. Загальні теореми та рівняння динаміки системи матеріальних точок (Кінематика твердого тіла. Основні динамічні величини. Динаміка твердого тіла)	8	2	2	4
2. Введення в аналітичну механіку (Загальне рівняння динаміки. Принцип віртуальних переміщень. Принцип Даламбера. Варіаційні принципи механіки)	8	2	2	4
3. Стійкість рівноваги і руху системи (Теорема Лагранжа про стійкість положення рівноваги. Ознаки нестійкості положення рівноваги. Теореми Ляпунова і Четаєва)	8	2	2	4
4. Рівняння руху системи зв'язаних твердих тіл (СЗТТ) (Основні геометричні і кінематичні співвідношення. Теорема про зміну моменту кількості руху системи. Невільні і вільні системи. Найпростіші руху системи зв'язаних твердих тіл)	8	2	2	4
5. Стійкість руху СЗТТ (Достатні умови стійкості рівномірних обертань невільною СЗТТ. Необхідні умови стійкості рівномірних обертань системи гіроскопів Лагранжа)	8	2	2	4
6. Найпростіші випадки руху твердого тіла з рідиною (Безвихревое рух рідини. Рух твердого тіла з рідиною. Теорема Жуковського. Однорідне вихровий рух рідини)	8	2	2	4
7. Рівняння руху твердого тіла з	8	2	2	4

порожнінами, що містять рідину. Обчислення гіростатического моменту для найпростіших випадків руху рідини. Випадок сильно в'язкої та ідеальної рідини.				
8. Стійкість рух твердого тіла з порожнінами, наповненими рідиною, по відношенню до частини змінних (Про застосування методу функцій Ляпунова в задачах про стійкість по відношенню до частини змінних)	8	2	2	4
9. Рівняння руху твердого тіла з порожнінами, що містять рідину. Обчислення гіростатического моменту для найпростіших випадків руху рідини. Випадок сильно в'язкої та ідеальної рідини	8	2	2	4
10. Стійкість рух твердого тіла з порожнінами, наповненими рідиною, по відношенню до частини змінних (Про застосування методу функцій Ляпунова в задачах про стійкість по відношенню до частини змінних)	8	2	2	4
11. Стійкість рівномірного обертання навколо нерухомої точки важкого гіроскопа Лагранжа з порожнінами, що містять ідеальну рідину (Випадок еліпсоїдальних та софокусних - еліпсоїдальних, циліндричних та коаксіальних порожнин. Правіло "великої вісі")	10	2	2	6
12. Стійкість рівномірних обертань невідільної СПЗТТР (Необхідні умови стійкості рівномірних обертань невідільною системи n пружно зв'язаних гіроскопів Лагранжа, що містять ідеальну рідину. Випадок $n = 1, 2, 3$. Врахування тільки основного та додаткового тонів коливання ідеальної рідини)	10	2	2	6
13. Стійкість рівномірних обертань вільної СПЗТТР (Необхідні умови стійкості рівномірних обертань невідільною системи n гіроскопів Лагранжа, що містять ідеальну рідину. Випадок $n = 1, 2, 3$. Врахування тільки основного тону коливання рідини)	10	2	2	6
14. Стабілізація нестійкого обертання твердого тіла з рідиною твердими тілами, які обертаються. Випадок невідільного та вільного твердого тілом	10	2	2	6

з рідиною				
Усього годин	120	28	28	64

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Загальні теореми та рівняння динаміки системи матеріальних точок (Кінематика твердого тіла. Основні динамічні величини. Динаміка твердого тіла)	2
2	Введення в аналітичну механіку (Загальне рівняння динаміки. Принцип віртуальних переміщень. Принцип Даламбера. Варіаційні принципи механіки)	2
3	Стійкість рівноваги і руху системи (Теорема Лагранжа про стійкість положення рівноваги. Ознаки нестійкості положення рівноваги. Теореми Ляпунова і Четаєва)	2
4	Рівняння руху системи зв'язаних твердих тіл (СЗТТ) (Основні геометричні і кінематичні співвідношення. Теорема про зміну моменту кількості руху системи. Невільні і вільні системи. Найпростіші руху системи зв'язаних твердих тіл)	2
5	Стійкість руху СЗТТ (Достатні умови стійкості рівномірних обертань невідільною СЗТТ. Необхідні умови стійкості рівномірних обертань системи гіроскопів Лагранжа)	2
6	Найпростіші випадки руху твердого тіла з рідиною (Безвіхревое рух рідини. Рух твердого тіла з рідиною. Теорема Жуковського. Однорідне вихровий рух рідини)	2
7	Рівняння руху твердого тіла з порожнинами, що містять рідину. Обчислення гіростатического моменту для найпростіших випадків руху рідини. Випадок сильно в'язкої та ідеальної рідини.	2
8	Стійкість рух твердого тіла з порожнинами, наповненими рідиною, по відношенню до частини змінних (Про застосування методу функцій Ляпунова в задачах про стійкість по відношенню до частини змінних)	2
9	Рівняння руху твердого тіла з порожнинами, що містять рідину. Обчислення гіростатического моменту для найпростіших випадків руху рідини. Випадок сильно в'язкої та ідеальної рідини	2
10	Стійкість рух твердого тіла з порожнинами, наповненими рідиною, по відношенню до частини змінних (Про застосування методу функцій Ляпунова в задачах про стійкість по відношенню до частини змінних)	2
11	Стійкість рівномірного обертання навколо нерухомої точки важкого гіроскопа Лагранжа з порожнинами, що містять ідеальну рідину (Випадок еліпсоїдальних та софокусних - еліпсоїдальних, циліндричних та коаксіальних порожнин. Правіло "великої вісі")	2
12	Стійкість рівномірних обертань невідільної СПЗТТР (Необхідні умови стійкості рівномірних обертань невідільною системи n пружно зв'язаних гіроскопів Лагранжа, що містять ідеальну рідину. Випадок $n = 1, 2, 3$. Врахування тільки основного та додаткового тонів коливання ідеальної рідини)	2
13	Стійкість рівномірних обертань вільної СПЗТТР (Необхідні умови стійкості рівномірних обертань невідільною системи n гіроскопів Лагранжа, що містять ідеальну рідину. Випадок $n = 1, 2, 3$. Врахування тільки основного тону коливання рідини)	2

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
14	Стабілізація нестійкого обертання твердого тіла з рідиною твердими тілами, які обертаються. Випадок невідільного та вільного твердого тілом з рідиною	2
	Разом	28

6. Теми для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Загальні теореми та рівняння динаміки системи матеріальних точок (Кінематика твердого тіла. Основні динамічні величини. Динаміка твердого тіла)	4
2	Введення в аналітичну механіку (Загальне рівняння динаміки. Принцип віртуальних переміщень. Принцип Даламбера. Варіаційні принципи механіки)	4
3	Стійкість рівноваги і руху системи (Теорема Лагранжа про стійкість положення рівноваги. Ознаки нестійкості положення рівноваги. Теореми Ляпунова і Четаєва)	4
4	Рівняння руху системи зв'язаних твердих тіл (СЗТТ) (Основні геометричні і кінематичні співвідношення. Теорема про зміну моменту кількості руху системи. Невільні і вільні системи. Найпростіші руху системи зв'язаних твердих тіл)	4
5	Стійкість руху СЗТТ (Достатні умови стійкості рівномірних обертань невідільною СЗТТ. Необхідні умови стійкості рівномірних обертань системи гіроскопів Лагранжа)	4
6	Найпростіші випадки руху твердого тіла з рідиною (Безвихревое рух рідини. Рух твердого тіла з рідиною. Теорема Жуковського. Однорідне вихровий рух рідини)	4
7	Рівняння руху твердого тіла з порожнинами, що містять рідину. Обчислення гіростатического моменту для найпростіших випадків руху рідини. Випадок сильно в'язкої та ідеальної рідини.	4
8	Стійкість рух твердого тіла з порожнинами, наповненими рідиною, по відношенню до частини змінних (Про застосування методу функцій Ляпунова в задачах про стійкість по відношенню до частини змінних)	4
9	Рівняння руху твердого тіла з порожнинами, що містять рідину. Обчислення гіростатического моменту для найпростіших випадків руху рідини. Випадок сильно в'язкої та ідеальної рідини	4
10	Стійкість рух твердого тіла з порожнинами, наповненими рідиною, по відношенню до частини змінних (Про застосування методу функцій Ляпунова в задачах про стійкість по відношенню до частини змінних)	4
11	Стійкість рівномірного обертання навколо нерухомої точки важкого гіроскопа Лагранжа з порожнинами, що містять ідеальну рідину (Випадок еліпсоїдальних та софокусних - еліпсоїдальних, циліндричних та коаксіальних порожнин. Правіло "великої вісі")	6
12	Стійкість рівномірних обертань невідільної СПЗТТР (Необхідні умови стійкості рівномірних обертань невідільною системи n)	6

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
	пружно зв'язаних гіроскопів Лагранжа, що містять ідеальну рідину. Випадок $n = 1, 2, 3$. Врахування тільки основного та додаткового тонів коливання ідеальної рідини)	
13	Стійкість рівномірних обертань вільної СПЗТТР (Необхідні умови стійкості рівномірних обертань невільною системи n гіроскопів Лагранжа, що містять ідеальну рідину. Випадок $n = 1, 2, 3$. Врахування тільки основного тону коливання рідини)	6
14	Стабілізація нестійкого обертання твердого тіла з рідиною твердими тілами, які обертаються. Випадок невільного та вільного твердого тілом з рідиною	6
	Разом	64

7. Методи навчання

При викладанні навчальної дисципліни «Вибіркові розділи механіки суцільного середовища» використовуються такі методи навчання: метод проблемного навчання, евристичне навчання, модульно-рейтингова система навчання.

8. Методи контролю

Використовуються наступні методи контролю:

1. Поточний контроль знань:

- усне опитування;
- виконання практичних робіт;
- тестування;
- виконання дослідницьких завдань.

2. Підсумковий контроль знань (іспит):

- підсумковий тест або екзаменаційні білети.

9. Критерії оцінювання результатів навчання

Розподіл балів, які отримує аспірант

Аудиторна робота													Самостійна Робота	Підсумковий контроль (іспит)	Загальна кількість отриманих балів
Теми															
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7 T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14			
2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4	20	40	100

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для іспиту
90-100	«відмінно» - здобувач повно і всебічно розкриває питання теми, вільно оперує поняттями і термінологією, демонструє глибокі знання джерел, має власну точку зору стосовно відповідної теми і може аргументовано її доводити
75-89	«добре» - загалом рівень знань здобувачів відповідає викладеному вище, але мають місце деякі упущення при виконанні завдань, обґрунтування неточні, не підтверджуються достатньо обґрунтованими доказами
60-74	«задовільно» - здобувач розкрив питання, в загальних рисах, розуміє їх суть, намагається робити висновки, але при цьому припускається грубих помилок, матеріал викладає нелогічно і не самостійно
35-59	«незадовільно» - з можливістю повторного складання, здобувач не в змозі дати відповідь на поставлене запитання або відповідь неправильна, не розуміє суті питання, не може зробити висновки
0-34	«незадовільно» - з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Орієнтовний перелік питань до підсумкового контролю (іспиту)

1. Загальні теореми та рівняння динаміки системи матеріальних точок (Кінематика твердого тіла. Основні динамічні величини. Динаміка твердого тіла).
2. Введення в аналітичну механіку (Загальне рівняння динаміки. Принцип віртуальних переміщень. Принцип Даламбера. Варіаційні принципи механіки).
3. Стійкість рівноваги і руху системи (Теорема Лагранжа про стійкість положення рівноваги. Ознаки нестійкості положення рівноваги. Теореми Ляпунова і Четаєва).
4. Рівняння руху системи зв'язаних твердих тіл (СЗТТ) (Основні геометричні і кінематичні співвідношення. Теорема про зміну моменту кількості руху системи. Невільні і вільні системи. Найпростіші руху системи зв'язаних твердих тіл).
5. Стійкість руху СЗТТ (Достатні умови стійкості рівномірних обертань невиліною СЗТТ. Необхідні умови стійкості рівномірних обертань системи гіроскопів Лагранжа).
6. Найпростіші випадки руху твердого тіла з рідиною (Безвихревое рух рідини. Рух твердого тіла з рідиною. Теорема Жуковського. Однорідне вихровий рух рідини).

7. Рівняння руху твердого тіла з порожнинами, що містять рідину. Обчислення гіростатического моменту для найпростіших випадків руху рідини. Випадок сильно в'язкої та ідеальної рідини.
8. Стійкість руху твердого тіла з порожнинами, наповненими рідиною, по відношенню до частини змінних (Про застосування методу функцій Ляпунова в задачах про стійкість по відношенню до частини змінних).
9. Стійкість рівномірного обертання навколо нерухомої точки важкого гіроскопа Лагранжа з порожнинами, що містять ідеальну рідину (Випадок еліпсоїдальних та софокусних - еліпсоїдальних, циліндричних та коаксіальних порожнин. Правіло "великої вісі").
10. Вплив поперечних і коаксіальних перегородок в циліндричній порожнині на стійкість рівномірного обертання дзиги Лагранжа.
11. Рівняння руху системи n пружно зв'язаних твердих тіл з порожнинами, цілком заповненими однорідною рідиною (Рівняння руху невільної і вільної СПЗТТР).
12. Стійкість рівномірних обертань невільної СПЗТТР (Необхідні умови стійкості рівномірних обертань невільною системи n пружно зв'язаних гіроскопів Лагранжа, що містять ідеальну рідину. Випадок $n=1,2,3$. Врахування тільки основного та додаткового тонів коливання ідеальної рідини).
13. Стійкість рівномірних обертань вільної СПЗТТР (Необхідні умови стійкості рівномірних обертань невільною системи n гіроскопів Лагранжа, що містять ідеальну рідину. Випадок $n=1,2,3$. Врахування тільки основного тону коливання рідини).
14. Стабілізація нестійкого обертання твердого тіла з рідиною твердими тілами, які обертаються. Випадок невільного та вільного твердого тілом з рідиною.

11. Рекомендована література

1. Кононов Ю.М. Основні методи дослідження складних механічних систем: Методичний посібник зі спецкурсу "Динаміка тіл з порожнинами, що містять рідину". – Донецьк: ДонНУ, 2007. – 40 с.
2. Gantmacher F. Lectures in Analytical Mechanics. – Public Domain Mark 1.0, 1975.
3. Kopachevskii N. D., Krein S.G. Operator Approach to Linear Problems of Hydrodynamics: Volume 1: Self-adjoint Problems for an Ideal Fluid (Operator Theory: Advances and Applications) Softcover reprint of the original 1st ed. 2001 Edition.
4. Lurye A.I. Analytical Mechanics. (Foundations of Engineering Mechanics) Springer; 2002nd Edition.
5. Wittenburg J. Dynamics of Multibody Systems. Springer, 2008.
6. Chaudhary H., Saha S.K. Dynamics and Balancing of Multibody Systems.– Springer. – 2009.– 176 p.

7. Shabana A.A. Dynamics of Multibody Systems. Cambridge University Press, 2, 2013.
8. Bauchau O.A. Flexible Multibody Dynamics. Springer, 2011.
9. Moiseyev N.N., Rumyantsev V.V. Dynamic Stability of Bodies Containing. – Fluid Springer Science & Business Media, 2012.
10. Chernousko F.L., Akulenko L.D., Leshchenko D.D. Evolution of Motions of a Rigid Body About its Center of Mass.– 2017.– 260 p.
11. Kononov Yu.M., Sviatenko Ya.I. Stabilization of a Spinning Lagrange Gyroscope Filled with Ideal Fluid in a Resisting Medium. *Int. Appl. Mech.* – 2023. – **59**, № 2. – P. 207 – 217.
12. Kononov Yu.M., Sviatenko Ya.I. Stabilization of a Spinning Lagrange Gyroscope Filled with Ideal Fluid in a Resisting Medium. *Int. Appl. Mech.* – 2023. – **59**, № 2. – P. 207 – 217.
13. Kononov Yuriy M. On the rotational stability in an environment with resistance of a free system of two rigid bodies connected by an elastic spherical joint and having a cavity with a liquid. *Journal of Mathematical Scienc.* – 2024. – 284 , № 3. – P. 345 – 356.