

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ**

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Директор ІПММ НАН України  
академік НАН України



Ігор СКРИПНІК

«26» вересня 2024 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Обернені задачі в теорії керування**

**підготовки здобувачів ступеня вищої освіти  
треть (освітньо-науковий)  
доктора філософії**

**галузь знань 11 Математика та статистика**

**спеціальність 113 Прикладна математика**

Черкаси – 2024 р.

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Обернені задачі в теорії керування» для здобувачів наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Розробник:

Щербак Володимир Федорович, провідний науковий співробітник відділу прикладної механіки ІПММ НАН України, доктор фізико-математичних наук, старший науковий співробітник

Робочу програму схвалено на засіданні відділу прикладної механіки.

Протокол № 2 від 19.09.2024 року.

Завідувач відділу прикладної механіки



Зуєв О.Л.

Схвалено Науково-методичною радою Інституту прикладної математики і механіки НАН України

Протокол № 4 від 26.09.2024 року.

Голова науково-методичної ради



Несмєлова О.В.

### 1. Опис навчальної дисципліни

| Найменування показників                                         | Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень | Характеристика навчальної дисципліни |
|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| Кількість кредитів - 4                                          | Галузь знань:<br>11 Математика та статистика                     | Вибіркова                            |
| Загальна кількість годин – 120                                  | Спеціальність:<br>113 Прикладна математика                       | Рік підготовки:                      |
|                                                                 |                                                                  | 1-2                                  |
|                                                                 |                                                                  | Семестр                              |
|                                                                 |                                                                  | 2-3                                  |
|                                                                 |                                                                  | Лекції                               |
| Тижневих годин:<br>аудиторних – 1,5<br>самостійної роботи – 1,7 | Освітньо-кваліфікаційний рівень:<br>доктор філософії             | 28 год                               |
|                                                                 |                                                                  | Практичні                            |
|                                                                 |                                                                  | 28 год                               |
|                                                                 |                                                                  | Самостійна робота                    |
|                                                                 |                                                                  | 64 год                               |
|                                                                 |                                                                  | Вид контролю: іспит                  |

## **2. Мета, завдання та очікувані результати навчальної дисципліни.**

**Метою** вивчення навчальної дисципліни «Обернені задачі в теорії керування» є поглиблене знайомство з теорією представлення керованих систем, класичними оберненими задачами для систем керування та методами обернення відображень «вхід-вихід».

**Завдання** навчальної дисципліни:

- формування основних понять теорії нелінійних систем: керована і спостережувана система, відображення «вхід-вихід», передавальне відображення.
- ознайомлення з властивостями обернення передавального відображення для нелінійних скінченновимірних систем;
- доведення умов ін'єктивності передавальних відображень відносно шуканих компонент математичної моделі;
- ознайомлення з методами керованої синхронізації та відстеженням траєкторій динамічних систем;
- ознайомлення з хаотичними перетвореннями інформації оберненими системами керування;
- ініціювання досліджень прикладних задач ідентифікації керованих систем на основі аналізу даних (Data Science);
- здатність саморозвиватися і самовдосконалюватися при творчому дослідженні математичних проблем реалізації керованих систем;
- самостійно збирати та критично опрацьовувати наукові джерела із застосуванням сучасних пошукових систем і наукометричних баз.

### **Очікувані результати навчальної дисципліни**

Загальні компетентності:

1. ЗК1. Аналіз і синтез. Здатність до аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів; навички управління інформацією (уміння знаходити та аналізувати інформацію з різних джерел).

2. ЗК2. Дослідницька здатність. Компетентності ініціювати та виконувати (індивідуально або в науковій групі) наукові дослідження, що приводять до отримання нових знань; здатність застосовувати знання на практиці.

3. ЗК3. Гнучкість мислення. Набуття гнучкого способу мислення, який дає можливість зрозуміти й розв'язати проблеми та задачі, зберігаючи при цьому критичне відношення до усталених наукових концепцій.

4. ЗК4. Креативність. Потенціал креативності у генеруванні ідей та досягненні наукових цілей.

5. ЗК7. Міжнародний кругозір. Здатність працювати в міжнародному середовищі, ставитися із повагою до національних та культурних традицій, способів роботи інших членів групи.

6. ЗК8. Популяризаційні навички. Вміння спілкуватися із нефахівцями; здатність провести усну презентацію та написати зрозумілу статтю за результатами проведених досліджень, а також щодо сучасних концепцій у прикладній математиці для нефахівців у цій галузі; здатність спілкуватися з експертами з інших галузей.

7. ЗК11. Етичні установки. Етика поведінки в наукових дослідженнях; турбота про якість результату.

8. ЗК12. Особисті якості. Здатність до навчання, саморозвитку та самовдосконалення протягом життя; визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

#### Фахові компетентності:

1. ФК2. Здатність застосовувати сучасну методологію, загальні та спеціальні методи наукового дослідження за спеціальністю та обраною спеціалізацією.

2. ФК5. Уміння будувати адекватні математичні моделі, досліджувати побудовані моделі та визначати можливості їх застосування.

3. ФК8. Здатність здійснювати дослідження прикладних математичних задач з використанням спеціальних математичних пакетів та аналізувати отримані дані.

4. ФК12. Поглиблені знання з теорії оптимального керування, якісної теорії лінійних керованих систем та основ геометричної теорії нелінійних систем. Здатність застосовувати методи теорії керування до розв'язання задач оптимізації та синтезу законів керування для математичних моделей динамічних процесів у природничих та технічних науках.

#### Програмні результати навчання:

1. РН1. Знати та розуміти традиційні та передові тенденції в галузі прикладної математики, етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, формування поглибленої системи наукових знань за напрямом досліджень.

2. РН3. Знати основні принципи, форми та методи проведення наукових досліджень в галузі прикладної математики, володіти математичним апаратом в об'ємі, достатньому для професійної діяльності.

3. РН4. Вміти будувати та досліджувати математичні моделі фізичних, соціально-економічних, технічних, біологічних тощо процесів, систем, процесів, формалізувати проблеми, описані природною мовою, за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.

4. РН6. Вміти пояснювати складні математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики, представляти результати наукових досліджень на наукових та популяризаційних заходах.

5. РН9. Вміти організувати неперервний власний саморозвиток і самовдосконалення, набуття гнучкого способу мислення при творчому дослідженні, в тому числі прикладних математичних проблем.

6. РН11. Мати ґрунтовні знання з математичної теорії керування, вміти застосовувати їх для розв'язання прикладних задач.

За результатами вивчення навчальної дисципліни здобувач доктора філософії повинен:

**знати:**

- основні ідеї побудови обернених керованих систем;
- основні методів спостереження та ідентифікації нелінійних керованих систем.
- методологію застосування обернених систем у прикладних проблемах, зокрема при синтезі систем передачі інформації з регульованим ступенем криптозахисту.

**уміти:**

- обчислювати за даними про вихід системи параметри та стан керованих систем, що визначаються системами нелінійних диференціальних рівнянь;
- конструювати обернені системи керування «вихід-вхід» за даними про відображення «вхід-вихід»;
- синтезувати динамічні систем із заданими властивостями оберненості.

### **3. Програма навчальної дисципліни**

**Тема 1.** Класичні обернені задачі динаміки.

**Тема 2.** Розв'язок обернених задач шляхом побудови рівнянь руху.

**Тема 3.** Передавальні відображення керованих систем «вхід-вихід», що породжуються нелінійною керованою системою з виходом.

**Тема 4.** Задачі визначення за виходом стану динамічної системи, оцінка значень її параметрів та відновлення вхідного керування.

**Тема 5.** Критерії ін'єктивності передавальних відображень відносно шуканих компонент математичної моделі. Передавальні функції керованих систем.

**Тема 6.** Схема побудови оберненої системи керування «вихід-вхід».

**Тема 7.** Властивість спостережливості, ідентифікованості та оберненості нелінійних керованих систем.

**Тема 8.** Використання сигналів з множини траєкторій в обернених задачах.

**Тема 9.** Синтез нелінійного спостерігача стану та ідентифікатора параметрів динамічних систем з використанням інваріантних многовидів.

**Тема 10.** Побудова систем програмного руху і властивість стійкості програми.

**Тема 11.** Синтез динамічних систем із заданими властивостями оберненості..

**Тема 12.** Обернення динамічних систем в задачах перетворення та передачі інформації.

**Тема 13.** Особливості побудови дискретних обернених систем перетворення та передачі інформації. Явище динамічної деградації.

**Тема 14.** Задачі синхронізації нелінійних динамічних систем за виходом.

**Тема 15.** Задачі відстеження траєкторій нелінійних динамічних систем за виходом.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

| Назва теми                                                                                                                                             | Кількість годин |              |                   |                   |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------------|-------------------|-------------------|
|                                                                                                                                                        | Усього          | у тому числі |                   |                   |
|                                                                                                                                                        |                 | Лекції       | Практичні заняття | Самостійна робота |
| 1                                                                                                                                                      | 2               | 3            | 4                 | 5                 |
| <b>Тема 1.</b> Класичні обернені задачі динаміки.                                                                                                      | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 2.</b> Розв'язок обернених задач шляхом побудови рівнянь руху.                                                                                 | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 3.</b> Передавальні відображення керованих систем «вхід-вихід», що породжуються нелінійною керованою системою з виходом.                       | 6               | 1            | 1                 | 4                 |
| <b>Тема 4.</b> Задачі визначення за виходом стану динамічної системи, оцінка значень її параметрів та відновлення вхідного керування.                  | 6               | 1            | 1                 | 4                 |
| <b>Тема 5.</b> Критерії ін'єктивності передавальних відображень відносно шуканих компонент математичної моделі. Передавальні функції керованих систем. | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 6.</b> Схема побудови оберненої системи керування «вихід-вхід».                                                                                | 10              | 2            | 2                 | 6                 |
| <b>Тема 7.</b> Властивість спостережливості, ідентифікованості та оберненості нелінійних керованих систем.                                             | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 8.</b> Використання сигналів з множини траєкторій в обернених задачах.                                                                         | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 9.</b> Синтез нелінійного спостерігача стану та ідентифікатора параметрів динамічних систем з використанням інваріантних многовидів.           | 10              | 2            | 2                 | 6                 |
| <b>Тема 10.</b> Побудова систем програмного руху і властивість                                                                                         | 8               | 2            | 2                 | 4                 |

|                                                                                                                                    |            |           |           |           |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|-----------|-----------|-----------|
| стійкості програми.                                                                                                                |            |           |           |           |
| <b>Тема 11.</b> Синтез динамічних систем із заданими властивостями оберненості..                                                   | 8          | 2         | 2         | 4         |
| <b>Тема 12.</b> Обернення динамічних систем в задачах перетворення та передачі інформації.                                         | 8          | 2         | 2         | 4         |
| <b>Тема 13.</b> Особливості побудови дискретних обернених систем перетворення та передачі інформації. Явище динамічної деградації. | 8          | 2         | 2         | 4         |
| <b>Тема 14.</b> Задачі синхронізації нелінійних динамічних систем за виходом.                                                      | 8          | 2         | 2         | 4         |
| <b>Тема 15.</b> Задачі відстеження траєкторій нелінійних динамічних систем за виходом.                                             | 8          | 2         | 2         | 4         |
| <b>Усього годин</b>                                                                                                                | <b>120</b> | <b>28</b> | <b>28</b> | <b>64</b> |

## 5. Теми практичних занять

| № з/п | Назва теми                                                                                                                                              | Кількість годин |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 1     | <b>Тема 1.</b> Класичні обернені задачі динаміки.                                                                                                       | 2               |
| 2     | <b>Тема 2.</b> Розв'язок обернених задач шляхом побудови рівнянь руху.                                                                                  | 2               |
| 3     | <b>Тема 3.</b> Передавальні відображення керованих систем «вхід-вихід», що породжуються нелінійною керованою системою з виходом.                        | 1               |
| 4     | <b>Тема 4.</b> Задачі визначення за виходом стану динамічної системи, оцінка значень її параметрів та відновлення вхідного керування.                   | 1               |
| 5     | <b>Тема 5.</b> Критерії ін'єктивності передавальних відображень відносно шуканих компонент математичної моделі . Передавальні функції керованих систем. | 2               |
| 6     | <b>Тема 6.</b> Схема побудови оберненої системи керування «вихід-вхід».                                                                                 | 2               |
| 7     | <b>Тема 7.</b> Властивість спостережливості, ідентифікованості та оберненості нелінійних керованих систем.                                              | 2               |
| 8     | <b>Тема 8.</b> Використання сигналів з множини траєкторій в обернених задачах.                                                                          | 2               |
| 9     | <b>Тема 9.</b> Синтез нелінійного спостерігача стану та ідентифікатора параметрів динамічних систем з використанням інваріантних многовидів.            | 2               |
| 10    | <b>Тема 10.</b> Побудова систем програмного руху і властивість стійкості програми.                                                                      | 2               |
| 11    | <b>Тема 11.</b> Синтез динамічних систем із заданими властивостями оберненості..                                                                        | 2               |
| 12    | <b>Тема 12.</b> Обернення динамічних систем в задачах перетворення та передачі інформації.                                                              | 2               |
| 13    | <b>Тема 13.</b> Особливості побудови дискретних обернених систем перетворення та передачі інформації. Явище динамічної деградації.                      | 2               |
| 14    | <b>Тема 14.</b> Задачі синхронізації нелінійних динамічних систем за виходом.                                                                           | 2               |
| 15    | <b>Тема 15.</b> Задачі відстеження траєкторій нелінійних динамічних систем за виходом.                                                                  | 2               |
|       | <b>Разом</b>                                                                                                                                            | <b>28</b>       |

## 6. Теми для самостійної роботи

| № з/п | Назва теми                                                                                                                                              | Кількість годин |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 1     | <b>Тема 1.</b> Класичні обернені задачі динаміки.                                                                                                       | 4               |
| 2     | <b>Тема 2.</b> Розв'язок обернених задач шляхом побудови рівнянь руху.                                                                                  | 4               |
| 3     | <b>Тема 3.</b> Передавальні відображення керованих систем «вхід-вихід», що породжуються нелінійною керованою системою з виходом.                        | 4               |
| 4     | <b>Тема 4.</b> Задачі визначення за виходом стану динамічної системи, оцінка значень її параметрів та відновлення вхідного керування.                   | 4               |
| 5     | <b>Тема 5.</b> Критерії ін'єктивності передавальних відображень відносно шуканих компонент математичної моделі . Передавальні функції керованих систем. | 4               |
| 6     | <b>Тема 6.</b> Схема побудови оберненої системи керування «вихід-вхід».                                                                                 | 6               |
| 7     | <b>Тема 7.</b> Властивість спостережливості, ідентифікованості та оберненості нелінійних керованих систем.                                              | 4               |
| 8     | <b>Тема 8.</b> Використання сигналів з множини траєкторій в обернених задачах.                                                                          | 4               |
| 9     | <b>Тема 9.</b> Синтез нелінійного спостерігача стану та ідентифікатора параметрів динамічних систем з використанням інваріантних многовидів.            | 6               |
| 10    | <b>Тема 10.</b> Побудова систем програмного руху і властивість стійкості програми.                                                                      | 4               |
| 11    | <b>Тема 11.</b> Синтез динамічних систем із заданими властивостями оберненості..                                                                        | 4               |
| 12    | <b>Тема 12.</b> Обернення динамічних систем в задачах перетворення та передачі інформації.                                                              | 4               |
| 13    | <b>Тема 13.</b> Особливості побудови дискретних обернених систем перетворення та передачі інформації. Явище динамічної деградації.                      | 4               |
| 14    | <b>Тема 14.</b> Задачі синхронізації нелінійних динамічних систем за виходом.                                                                           | 4               |
| 15    | <b>Тема 15.</b> Задачі відстеження траєкторій нелінійних динамічних систем за виходом.                                                                  | 4               |
|       | <b>Разом</b>                                                                                                                                            | <b>64</b>       |

[illegible]

### Шкала оцінювання

| Сума балів за всі види навчальної діяльності | Оцінка за національною шкалою                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                              | для іспиту                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>90-100</b>                                | «відмінно» - здобувач повно і всебічно розкриває питання теми, вільно оперує поняттями і термінологією, демонструє глибокі знання джерел, має власну точку зору стосовно відповідної теми і може аргументовано її доводити |
| <b>75-89</b>                                 | «добре» - загалом рівень знань здобувачів відповідає викладеному вище, але мають місце деякі упущення при виконанні завдань, обґрунтування неточні, не підтверджуються достатньо обґрунтованими доказами                   |
| <b>60-74</b>                                 | «задовільно» - здобувач розкрив питання, в загальних рисах, розуміє їх суть, намагається робити висновки, але при цьому припускається грубих помилок, матеріал викладає нелогічно і не самостійно                          |
| <b>35-59</b>                                 | «незадовільно» - з можливістю повторного складання, здобувач не в змозі дати відповідь на поставлене запитання або відповідь неправильна, не розуміє суті питання, не може зробити висновки                                |
| <b>0-34</b>                                  | «незадовільно» - з обов'язковим повторним вивченням дисципліни                                                                                                                                                             |

### 10. Орієнтовний перелік питань до підсумкового контролю (іспиту)

1. Обернені задачі динаміки. Визначення сили під дією якої планети рухаються за законами Кеплера.
2. Обернені задачі динаміки. Визначення гравітаційної сталої за даними про рух центру мас.
3. Рух матеріальної точки по локсодромії.
4. Умови ін'єктивності відображення «вхід-вихід», що визначається нелінійною системою з керуванням.
5. Схема побудови оберненої системи керування «вихід-вхід».
6. Локальні критерії спостережливості та ідентифікованості.
7. Умови оберненості нелінійних керованих систем.
8. Використання сигналів з множини траєкторій в обернених задачах.
9. Умови розв'язності обернених задач на множині траєкторій. Система, яка непередставима меншим числом параметрів.
10. Нелінійний спостерігач для осцилятора ван дер Поля.
11. Обернення динамічних систем в задачах перетворення та передачі інформації. Хаотична система Лоренца.

12. Обернення динамічних систем в задачах перетворення та передачі інформації. Хаотична система Чуа.
13. Обернення динамічних систем в задачах перетворення та передачі інформації. Хаотична система Реслера.
14. Особливості побудови дискретних обернених систем перетворення та
15. передачі інформації. Явище динамічної деградації.
16. Задачі синхронізації нелінійних динамічних систем за виходом.
17. Задачі відстеження траєкторій нелінійних динамічних систем за виходом.

## **11. Рекомендована література**

### **Основна література дисципліни**

1. Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1986.- 224 с.
2. Галиуллин А.С., Мухаметзянов И.А., Мухарлямов Р.Г., Фурасов В.Д. Построение систем программного движения – М.: Наука, 1971. - 352 с.
3. Ковалев А. М., Щербак В. Ф. Управляемость, наблюдаемость, идентифицируемость динамических систем. – Киев: Наук. думка, . 1993.–285 с.
4. Жоголева Н.В., Щербак В.Ф. Синтез дополнительных соотношений в обратных задачах управления // Праці ІПММ НАН України. – 2015. Т. 29. С. 69–76.
5. Жоголева Н.В., Щербак В.Ф. Метод інваріантних співвідношень в задачах спостереження // Праці ІПММ НАН України. – 2024. Т. 38 №1. С. 12–22.
6. Харламов П.В. Лекции по динамике твердого тела. – Новосибирск: Изд-ие НГУ, 1965. – 221 с.
7. Krener A., Respondek W. Nonlinear observers with linearizable error dynamics // SIAM J. Control Optim. – 1985. – 23, № 2. – P. 197-216.
8. Luenberger D. Introduction to observers // IEEE Trans. Aut. Contr. – 1977. –3. – P. 47-52.
9. Hirschorn, R. M., “Invertibility of Nonlinear Control Systems,” SIAM J. Contr. Optim., 17, 289 (1979a).
10. Hirschorn, R. M., “Invertibility of Multivariable Nonlinear Control Systems,” IEEE Trans. Auto. Contr., AC-24, 855 (1979b).

### **Допоміжна література дисципліни**

1. I. S. Baraniukova, V.F. Shcherbak Identification of van der Pol oscillator network parameters// Праці ІПММ НАН України. 2021

2. Ч. Филлипс / Системы управления с обратной связью /. Харбор;. - Москва : Лаб. Базовых Знаний, 2001. - 615 с.
3. Щербак В.Ф. Дмитришин І.С. Відстеження стану кардіостимуляторів на основі рівняння ван дер Поля // Праці ІПММ НАН України. 2021
4. Maistrenko Y., Maistrenko V., Popovich O., Mosekilde E. Desynchronization of chaos in coupled logistic maps. // Phys. Rev. E., 1999, v. 60, p. 2817.
5. Hassan Khalil, Nonlinear Systems (3rd edn). River, NJ; Prentice-Hall: Upper Saddle, 2001. – 401 p.
6. Sontag E.D. Mathematical Control Theory. 2nd Ed. – New York: Springer, 1998. – 532 p.