

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ**

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Директор ІПММ НАН України

Чл.-кор. НАН України

Ігор СКРИПНІК

2023 р.



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Крайові задачі для систем диференціально-алгебраїчних рівнянь**

**підготовки здобувачів ступеня вищої освіти**

**третій (освітньо-науковий)**

**доктора філософії**

**галузь знань 11 Математика та статистика**

**спеціальність 111 Математика**

Черкаси – 2023 р.

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Крайові задачі для систем диференціально-алгебраїчних рівнянь» для здобувачів наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 111 Математика.

Розробники:

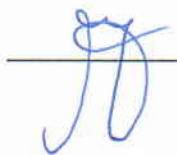
Чуйко С.М., завідувач кафедри математики та інформатики ДВНЗ «Донбаський державний педагогічний університет», доктор фізико-математичних наук, професор.

Несмелова О.В., заступник директора з наукової роботи Інституту прикладної математики і механіки НАН України, доктор фізико-математичних наук, доцент.

Робочу програму схвалено на засіданні відділу нелінійного аналізу та рівнянь математичної фізики

Протокол № 2 від 25.09.2023 року.

Завідувач відділу



І.І. Скрипнік

Схвалено Науково-методичною радою Інституту прикладної математики і механіки НАН України

Протокол № 4 від 29.09 2023 року.

Голова науково-методичної ради



О.В. Несмелова

### 1. Опис навчальної дисципліни

| Найменування показників                                         | Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень | Характеристика навчальної дисципліни |     |
|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|-----|
| Кількість кредитів - 4                                          | Галузь знань:<br>11 Математика та статистика                     | Вибіркова                            |     |
| Загальна кількість годин – 120                                  | Спеціальність:<br>111 Математика                                 | Рік підготовки:                      |     |
|                                                                 |                                                                  | 1-й                                  |     |
|                                                                 |                                                                  | Семестр                              |     |
|                                                                 |                                                                  | 2-й                                  | 3-й |
|                                                                 |                                                                  | Лекції                               |     |
| Тижневих годин:<br>аудиторних – 1,5<br>самостійної роботи – 1,5 | Освітньо-кваліфікаційний рівень:<br>доктор філософії             | 28 год.                              |     |
|                                                                 |                                                                  | Практичні                            |     |
|                                                                 |                                                                  | 28 год.                              |     |
|                                                                 |                                                                  | Самостійна робота                    |     |
|                                                                 |                                                                  | 64 год.                              |     |
|                                                                 |                                                                  | Вид контролю: іспит                  |     |

## **2. Мета, завдання та очікувані результати навчальної дисципліни.**

**Метою** навчальної дисципліни «Крайові задачі для систем диференціально-алгебраїчних рівнянь» є ознайомлення аспірантів з основними теоретичними положеннями сучасної теорії диференціально-алгебраїчних крайових задач, оволодіння навичками якісного дослідження та чисельного розв'язання крайових задач для систем диференціально-алгебраїчних рівнянь.

**Завдання** навчальної дисципліни: є оволодіння основними поняттями та твердженнями сучасної теорії диференціально-алгебраїчних крайових задач, оволодіння методами дослідження та побудови розв'язків крайових задач для систем диференціально-алгебраїчних рівнянь.

### **Очікувані результати навчальної дисципліни**

#### **Загальні компетентності:**

1. Аналіз і синтез. Здатність до аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів; навички управління інформацією (уміння знаходити та аналізувати інформацію з різних джерел) (ЗК 1).

2. Дослідницька здатність. Компетентності ініціювати, виконувати та здійснювати управління науковими проєктами (індивідуально або в науковій групі), які приводять до отримання нових знань, складати пропозиції щодо фінансування наукових досліджень; здатність застосовувати знання на практиці (ЗК 2).

3. Гнучкість мислення. Набуття гнучкого способу мислення, який дає можливість зрозуміти й розв'язати проблеми та задачі, зберігаючи при цьому критичне відношення до усталених наукових концепцій (ЗК 3).

4. Комунікативні навички. Здатність ефективно спілкуватися із спеціальною та загальною аудиторіями, а також представляти складну інформацію у зручній та зрозумілій спосіб усно і письмово, використовуючи відповідну технічну лексику та методи; навички використання інформаційних і комунікаційних технологій; здатність спілкуватися рідною та другою іноземною мовою як усно, так і письмово (ЗК 6).

5. Міжнародний кругозір. Здатність працювати в міжнародному середовищі, ставитися із повагою до національних та культурних традицій, способів роботи інших членів групи (ЗК 7).

6. Популяризаційні навички. Вміння спілкуватися із нефахівцями; здатність провести усну презентацію та написати зрозумілу статтю за результатами проведених досліджень, а також щодо сучасних концепцій у математиці для нефахівців у цій галузі (ЗК 8).

7. Етичні установки. Етика поведінки в наукових дослідженнях; турбота про якість результату (ЗК 11).

8. Особисті якості. Здатність до навчання, саморозвитку та самовдосконалення протягом життя; визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків (ЗК 12).

#### **Фахові компетентності:**

1. Здатність застосовувати сучасну методологію, загальні та спеціальні методи наукового дослідження за спеціальністю та обраною спеціалізацією (ФК 2).

2. Здатність логічно мислити, формулювати, строго доводити та перевіряти правильність математичних тверджень (ФК 4).

3. Здатність здійснювати теоретичні дослідження математичних задач з використанням спеціальних математичних пакетів та аналізувати отримані дані (ФК 7).

4. Оволодіння основними поняттями, підходами та принципами сучасних розділів функціонального аналізу, рівнянь математичної фізики та теорії диференціальних рівнянь, застосування абстрактних методів при розв'язанні задач (ФК 12);

5. Оволодіння сучасними методами теорії граничних задач, теорії узагальнених функцій, теорії операторів (ФК 13).

6. Оволодіння спеціальними розділами та методами досліджень теорії функціонального аналізу та теорії диференціальних рівнянь, набуття умінь ефективно застосовувати їх для аналізу складних систем та явищ (ФК 14).

#### **Програмні результати навчання:**

1. Знати та розуміти традиційні та передові тенденції в галузі математики, етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, формування поглибленої системи наукових знань за напрямом досліджень (РН-1).

2. Знати основні принципи, форми та методи проведення наукових досліджень в галузі математики, володіти математичним апаратом в об'ємі, достатньому для професійної діяльності (РН-3).

3. Вміти за допомогою теоретичного математичного апарату досліджувати різноманітні природні явища та процеси, проводити аналіз впливу на них різних факторів, а також вивчати взаємодію між явищами з метою отримання переконливо доведених і корисних фундаментальних та практичних результатів (РН-5).

4. Здійснювати професійну письмову й усну комунікацію українською та іноземними мовами. Уміти працювати зі спеціальною літературою та наукометричними базами даних, в тому числі іноземною мовою (РН-8).

5. Вміти організувати неперервний власний саморозвиток і самовдосконалення, набуття гнучкого способу мислення при творчому дослідженні, в тому числі прикладних математичних проблем (РН-10).

6. Вміти формулювати наукові проблеми з огляду на цінні стін орієнтири сучасного суспільства та стану її поточного дослідження (РН-11).

7. Розв'язувати фундаментальні та прикладні задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями, будувати та досліджувати нові математичні моделі (РН-12).

8. Знати теоретичні основи і застосовувати методи сучасної теорії диференціальних рівнянь та теорії нелінійних коливань для розв'язування фундаментальних та прикладних задач (РН-16).

9. Знати теоретичні основи і застосовувати методи сучасної наукової теорії функціонального аналізу, основні властивості диференціальних операторів, узагальнених функцій і вміння ефективно застосовувати їх для синтезу і аналізу складних систем та явищ (РН 17).

10. Знати теоретичні основи і застосовувати методи теорії граничних задач для диференціальних рівнянь (РН 18).

За результатами вивчення навчальної дисципліни здобувач доктора філософії повинен:

**знати:**

- основні етапи історичного розвитку теорії диференціально-алгебраїчних крайових задач;
- знати основні поняття та методи теорії крайових задач для систем диференціально-алгебраїчних рівнянь;
- умови розв'язності та схему побудови розв'язків крайових задач для систем диференціально-алгебраїчних рівнянь.

**вміти:**

- досліджувати і розв'язувати крайові задач для невивіржених та вивіржених диференціально-алгебраїчних систем в некритичному випадку та критичному випадку першого порядку;
- досліджувати нелінійні крайові задачі у випадку параметричного резонансу;
- застосовувати теоретичні знання і практичні навички, використовуючи вивчений матеріал, додаткову та довідникову літературу та приймати на їх основі обґрунтовані рішення.

### **3. Програма навчальної дисципліни**

**Тема 1.** Крайові задачі, які приводять до диференціально-алгебраїчних крайових задач.

**Тема 2.** Стандартне розвинення матриці.

**Тема 3.** Умови гладкості псевдооберненої матриці.

**Тема 4.** Матричні рівняння Ляпунова та Сильвестра.

**Тема 5.** Лінійні крайові задачі для невивроджених диференціально-алгебраїчних систем.

**Тема 6.** Нелінійна невивроджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в некритичному випадку.

**Тема 7.** Приведення диференціально-алгебраїчної крайової задачі до некритичного випадку.

**Тема 8.** Нелінійна невивроджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в критичному випадку першого порядку.

**Тема 9.** Приведення диференціально-алгебраїчної крайової задачі до критичного випадку першого порядку.

**Тема 10.** Лінійні крайові задачі для невивроджених диференціально-алгебраїчних систем.

**Тема 11.** Нелінійна вивроджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в некритичному випадку.

**Тема 12.** Нелінійна вивроджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в критичному випадку першого порядку.

**Тема 13.** Достатня умова існування розв'язку.

**Тема 14.** Положення рівноваги диференціально-алгебраїчних задач.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

| Назва теми                                                                                                     | Кількість годин |              |                   |                   |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------------|-------------------|-------------------|
|                                                                                                                | Усього          | у тому числі |                   |                   |
|                                                                                                                |                 | Лекції       | Практичні заняття | Самостійна робота |
| 1                                                                                                              | 2               | 3            | 4                 | 5                 |
| Тема 1. Крайові задачі, які приводять до диференціально-алгебраїчних крайових задач.                           | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| Тема 2. Стандартне розвинення матриці.                                                                         | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| Тема 3. Умови гладкості псевдооберненої матриці.                                                               | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| Тема 4. Матричні рівняння Ляпунова та Сильвестра.                                                              | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| Тема 5. Лінійні крайові задачі для невивроджених диференціально-алгебраїчних систем.                           | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| Тема 6. Нелінійна невивроджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в некритичному випадку.               | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| Тема 7. Приведення диференціально-алгебраїчної крайової задачі до некритичного випадку.                        | 9               | 2            | 2                 | 5                 |
| Тема 8. Нелінійна невивроджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в критичному випадку першого порядку. | 9               | 2            | 2                 | 5                 |
| Тема 9. Приведення диференціально-алгебраїчної крайової задачі до критичного випадку першого порядку.          | 9               | 2            | 2                 | 5                 |
| Тема 10. Лінійні крайові задачі для невивроджених диференціально-алгебраїчних систем.                          | 9               | 2            | 2                 | 5                 |
| Тема 11. Нелінійна вивроджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в некритичному випадку.                | 9               | 2            | 2                 | 5                 |
| Тема 12. Нелінійна вивроджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в критичному випадку першого порядку.  | 9               | 2            | 2                 | 5                 |
| Тема 13. Достатня умова існування розв'язку.                                                                   | 9               | 2            | 2                 | 5                 |
| Тема 14. Положення рівноваги диференціально-алгебраїчних задач.                                                | 9               | 2            | 2                 | 5                 |
| <b>Усього годин</b>                                                                                            | <b>90</b>       | <b>28</b>    | <b>28</b>         | <b>64</b>         |

### 5. Теми практичних занять

| № з/п | Назва теми                                                                                                                                                | Кількість годин |
|-------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 1.    | Крайові задачі, які приводять до диференціально-алгебраїчних крайових задач.                                                                              | 2               |
| 2.    | Стандартне розвинення матриці.                                                                                                                            | 2               |
| 3.    | Умови гладкості псевдооберненої матриці.                                                                                                                  | 2               |
| 4.    | Матричні рівняння Ляпунова та Сильвестра.                                                                                                                 | 2               |
| 5.    | Дослідження лінійної крайової задачі для невинроджених диференціально-алгебраїчних систем.                                                                | 2               |
| 6.    | Дослідження нелінійної невинродженої диференціально-алгебраїчна крайової задачі в некритичному випадку.                                                   | 2               |
| 7.    | Приведення диференціально-алгебраїчної крайової задачі до некритичного випадку.                                                                           | 2               |
| 8.    | Дослідження нелінійної невинродженої диференціально-алгебраїчної крайової задачі в критичному випадку першого порядку.                                    | 2               |
| 9.    | Приведення диференціально-алгебраїчної крайової задачі до критичного випадку першого порядку.                                                             | 2               |
| 10.   | Дослідження лінійної крайової задачі для невинроджених диференціально-алгебраїчних систем.                                                                | 2               |
| 11.   | Дослідження нелінійної винродженої диференціально-алгебраїчна крайової задачі в некритичному випадку.                                                     | 2               |
| 12.   | Дослідження нелінійної винродженої диференціально-алгебраїчної крайової задачі в критичному випадку першого порядку. Необхідна умова існування розв'язку. | 2               |
| 13.   | Дослідження нелінійної винродженої диференціально-алгебраїчної крайової задачі в критичному випадку першого порядку. Достатня умова існування розв'язку.  | 2               |
| 14.   | Положення рівноваги диференціально-алгебраїчних крайових задач.                                                                                           | 2               |
|       | <b>Разом</b>                                                                                                                                              | <b>28</b>       |

### 6. Теми для самостійної роботи

| № з/п | Назва теми                                                                                                        | Кількість годин |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 1     | Нелінійна крайова задача у випадку параметричного резонансу.                                                      | 10              |
| 2     | Нелінійні крайові задачі для невинроджених диференціально-алгебраїчних систем у випадку параметричного резонансу. | 10              |
| 3     | Положення рівноваги для диференціально-алгебраїчних періодичних крайових задач у випадку параметричного           | 10              |

| № з/п | Назва теми                                                                | Кількість годин |
|-------|---------------------------------------------------------------------------|-----------------|
|       | резонансу.                                                                |                 |
| 4     | Положення рівноваги диференціально-алгебраїчних систем із запізненням.    | 10              |
| 5     | Матричні диференціально-алгебраїчні крайові задачі.                       | 12              |
| 6     | Положення рівноваги матричних диференціально-алгебраїчних крайових задач. | 12              |
|       | <b>Разом</b>                                                              | <b>64</b>       |

## 7. Методи навчання

При викладанні навчальної дисципліни «Крайові задачі для систем диференціально-алгебраїчних рівнянь» використовуються такі методи навчання:

1. Пояснювально-ілюстративний метод. Аспіранти здобувають знання, слухаючи лекцію, з навчальної або методичної літератури, через екранний посібник у "готовому" вигляді. Сприймаючи й осмислюючи факти, оцінки, висновки, вони залишаються в межах репродуктивного мислення. Такий метод якнайширше застосовують для передавання значного масиву інформації. Його можна використовувати для викладення й засвоєння фактів, підходів, оцінок, висновків.

2. Дослідницький метод. Після аналізу матеріалу, постановки проблем та короткого усного або письмового інструктажу ті, кого навчають, самостійно вивчають літературу, шукають додаткову інформацію та виконують інші пошукові дії, після чого оброблюють отриману інформацію та роблять відповідні висновки. Ініціатива, самостійність, творчий пошук виявляються в дослідницькій діяльності найповніше.

3. Проблемно-пошуковий, основа якого полягає в утворенні у навчальному процесі пошукових ситуацій. Цей метод навчання розвиває активність, самостійність, творчі здібності.

## 8. Методи контролю

**Використовуються наступні методи контролю:**

- Поточний контроль знань:
  - усне опитування;
  - виконання практичних робіт;
  - виконання контрольних робіт;
  - виконання дослідницьких завдань.
- Підсумковий контроль знань (іспит):
  - екзаменаційні білети.

## 9. Критерії оцінювання результатів навчання

**Розподіл балів, які отримує аспірант**

| Аудиторна робота |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      | Самостійна<br>Робота | Підсумковий<br>контроль (іспит) | Загальна кількість<br>отриманих балів |
|------------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|----------------------|---------------------------------|---------------------------------------|
| теми             |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |                      |                                 |                                       |
| T1               | T2   | T3   | T4   | T5   | T5   | T6   | T7   | T8   | T9   | T10  | T11  | T12  | T13  | T14  |                      |                                 |                                       |
| 2 б.             | 2 б. | 3 б. | 3 б. | 3 б. | 3 б. | 3 б. | 3 б. | 3 б. | 3 б. | 3 б. | 3 б. | 3 б. | 3 б. | 3 б. | 20                   | 40                              | 100                                   |

### Шкала оцінювання

| Сума балів за всі<br>види навчальної<br>діяльності | Оцінка за національною шкалою                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                    | для іспиту                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>90-100</b>                                      | «відмінно» - здобувач повно і всебічно розкриває питання теми, вільно оперує поняттями і термінологією, демонструє глибокі знання джерел, має власну точку зору стосовно відповідної теми і може аргументовано її доводити |
| <b>75-89</b>                                       | «добре» - загалом рівень знань здобувачів відповідає викладеному вище, але мають місце деякі упущення при виконанні завдань, обґрунтування неточні, не підтверджуються достатньо обґрунтованими доказами                   |
| <b>60-74</b>                                       | «задовільно» - здобувач розкрив питання, в загальних рисах, розуміє їх суть, намагається робити висновки, але при цьому припускається грубих помилок, матеріал викладає нелогічно і не самостійно                          |
| <b>35-59</b>                                       | «незадовільно» - з можливістю повторного складання, здобувач не в змозі дати відповідь на поставлене запитання або відповідь неправильна, не розуміє суті питання, не може зробити висновки                                |
| <b>0-34</b>                                        | «незадовільно» - з обов'язковим повторним вивченням дисципліни                                                                                                                                                             |

### 10. Орієнтовний перелік питань до підсумкового контролю (іспиту)

1. Крайові задачі, які приводять до диференціально-алгебраїчних крайових задач.
2. Стандартне розвинення матриці.
3. Умови гладкості псевдооберненої матриці.
4. Матричне рівняння Ляпунова
5. Матричне рівняння Сильвестра.
6. Умови розв'язності лінійної невідродженої диференціально-алгебраїчної системи.
7. Умови розв'язності лінійної диференціально-алгебраїчної системи у випадку виродження першого порядку.

8. Умови розв'язності лінійної диференціально-алгебраїчної системи у випадку виродження другого порядку.
9. Умови розв'язності лінійної крайової задачі для невивроджених диференціально-алгебраїчних систем.
10. Нелінійна невивроджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в некритичному випадку.
11. Приведення диференціально-алгебраїчної крайової задачі до некритичного випадку.
12. Нелінійна невивроджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в критичному випадку першого порядку.
13. Приведення диференціально-алгебраїчної крайової задачі до критичного випадку першого порядку.
14. Лінійна крайова задача для невивроджених диференціально-алгебраїчних систем.
15. Нелінійна вироджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в некритичному випадку.
16. Нелінійна вироджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в критичному випадку першого порядку. Необхідна умова існування розв'язку.
17. Нелінійна вироджена диференціально-алгебраїчна крайова задача в критичному випадку першого порядку. Достатня умова існування розв'язку.
18. Положення рівноваги нелінійної диференціально-алгебраїчної системи.
19. Положення рівноваги диференціально-алгебраїчної крайової задачі.
20. Положення рівноваги матричної диференціально-алгебраїчної крайової задачі

## **11. Рекомендована література**

### **Основна література дисципліни**

1. Бойчук А.А., Чуйко С.М. Лекции по теории линейных краевых задач. – Слов'янськ: 2005. – 52 с.
2. Бойчук О.А., Чуйко С.М. Конструктивні методи аналізу крайових задач теорії нелінійних коливань. – Слов'янськ. – Вид. Б.І. Маторіна. – 2021. – 412 с.
3. Чуйко С.М. Лекции по теории линейных матричных уравнений. – Славянск. – 2014. – 107 с.
4. Воеводин В.В., Кузнецов Ю.А. Матрицы и вычисления. М.: Наука. – 1984. – 318 с.
5. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. – М.: Наука. – 1988. – 552 с.
6. Чуйко С.М., Несмелова О.В. Лекції з теорії нелінійних диференціально-алгебраїчних крайових задач. – Слов'янськ. – Вид. Б.І. Маторіна. – 2022. – 287 с.
7. Ланкастер П. Теория матриц. – М.: Наука. – 1978. – 280 с.

8. Бояринцев Ю.Е., Чистяков В.Ф. Алгебро-дифференциальные системы. Методы решения и исследования. – Новосибирск: Наука, 1998. – 224 с.
9. Boichuk A.A. Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems / A.A. Boichuk, A.M. Samoilenko. – Utrecht; Boston:VSP, 2004. – XIV.317p.
10. Chuiko S.M. A generalized matrix differential-algebraic equation // Journal of Mathematical Sciences (N.Y.). – 2015. – V. 210, No. 1. – P. 9–21.
11. Chuiko S.M. On a reduction of the order in a differential-algebraic system // Journal of Mathematical Sciences. – 2018. – V. 235, No 1. – P. 2–14.
12. Chuiko S.M. On the regularization of a matrix differential-algebraic boundary-value problem // Journal of Mathematical Sciences. – 2017. – V. 220, No 5. – P. 591–602.
13. Chuiko S.M. The method of least squares in the theory of Noetherian differential-algebraic boundary-value problems // Journal of Mathematical Sciences. – 2019. – V.242, No. 3. – P. 381–392.

#### Допоміжна

14. Chuiko S.M. Nonlinear Noetherian boundary-value problem in the case of parametric resonance // Journal of Mathematical Sciences (N.Y.). – 2015. – V. 205, No. 6. – P. 859–870.
15. Chuiko S.M. The Green's operator of a generalized matrix linear differential-algebraic boundary value problem // Siberian Mathematical Journal. 2015. – V. 56, No. 4. – P. 752–760.
16. Chuiko S.M. To the issue of a generalization of the matrix differential-algebraic boundary-value problem // Journal of Mathematical Sciences. – 2017. – V. 227, No. 1. – P. 13–25.