

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ**

**«ЗАТВЕРДЖУЮ»**

Директор ІПММ НАН України  
чл.-кор. НАН України



І.І. Скрипнік

«Вересень» 2022 р.

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Методи редукції керованих систем за вибірковими даними**

підготовки здобувачів ступеня вищої освіти  
третій (освітньо-науковий)  
доктора філософії

галузь знань 11 Математика та статистика

спеціальність 113 Прикладна математика

Робоча навчальна програма навчальної дисципліни «Методи редукції керованих систем за вибірковими даними» для здобувачів наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Розробник:

Зуєв Олександр Леонідович, завідувач відділу прикладної математики, член-кореспондент НАН України, доктор фізико-математичних наук, професор

Робочу програму схвалено на засіданні відділу прикладної механіки.

Протокол № 3 від 27.09.2022 року.

Завідувач відділу прикладної механіки



Зуєв О.Л.

Схвалено Науково-методичною радою Інституту прикладної математики і механіки НАН України

Протокол № 4 від 30.09.2022 року.

Голова науково-методичної ради



Несмєлова О.В.

### 1. Опис навчальної дисципліни

| Найменування показників                                         | Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень | Характеристика навчальної дисципліни |
|-----------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| Кількість кредитів - 4                                          | Галузь знань:<br>11 Математика та статистика                     | Вибіркова                            |
| Загальна кількість годин – 120                                  | Спеціальність:<br>113 Прикладна математика                       | Рік підготовки:                      |
|                                                                 |                                                                  | 1-2                                  |
|                                                                 |                                                                  | Семестр                              |
|                                                                 |                                                                  | 2-3                                  |
| Тижневих годин:<br>аудиторних – 1,5<br>самостійної роботи – 1,7 | Освітньо-кваліфікаційний рівень:<br>доктор філософії             | Лекції                               |
|                                                                 |                                                                  | 28 год                               |
|                                                                 |                                                                  | Практичні                            |
|                                                                 |                                                                  | 28 год                               |
|                                                                 |                                                                  | Самостійна робота                    |
|                                                                 |                                                                  | 64 год                               |
|                                                                 |                                                                  | Вид контролю: іспит                  |

\* - для заповнення цієї таблиці використовується навчальний план зі спеціальностей 113 Прикладна математика, 111 Математика

## 2. Мета, завдання та очікувані результати навчальної дисципліни.

**Метою** вивчення навчальної дисципліни «Методи редукції керованих систем за вибірковими даними» є поглиблене знайомство з теорією реалізації лінійних керованих систем, властивостями передавальних функцій та методами апроксимації відображень «вхід-вихід».

**Завдання** навчальної дисципліни:

- формування основних понять теорії реалізації лінійних систем: керована і спостережувана система, відображення «вхід-вихід», передавальна функція, реалізація системи, мінімальна реалізація, оператор Купмана;
- ознайомлення з властивостями передавальних функцій лінійних скінченновимірних систем;
- доведення існування мінімальної реалізації керованої спостережуваної системи;
- ознайомлення з методами редукції розмірності лінійних керованих систем;
- ознайомлення з властивостями матриць Льовнера;
- ініціювання досліджень прикладних задач ідентифікації керованих систем на основі аналізу даних (Data Science);
- здатність саморозвиватися і самовдосконалюватися при творчому дослідженні математичних проблем реалізації керованих систем;

самостійно збирати та критично опрацьовувати наукові джерела із застосуванням сучасних пошукових систем і наукометричних баз.

### Очікувані результати навчальної дисципліни

Загальні компетентності:

1. ЗК1. Аналіз і синтез. Здатність до аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів; навички управління інформацією (уміння знаходити та аналізувати інформацію з різних джерел).
2. ЗК2. Дослідницька здатність. Компетентності ініціювати та виконувати (індивідуально або в науковій групі) наукові дослідження, що приводять до отримання нових знань; здатність застосовувати знання на практиці.
3. ЗК3. Гнучкість мислення. Набуття гнучкого способу мислення, який дає можливість зрозуміти й розв'язати проблеми та задачі, зберігаючи при цьому критичне відношення до усталених наукових концепцій.
4. ЗК8. Популяризаційні навички. Вміння спілкуватися із нефакхівцями; здатність провести усну презентацію та написати зрозумілу статтю за

результатами проведених досліджень, а також щодо сучасних концепцій у прикладній математиці для нефахівців у цій галузі; здатність спілкуватися з експертами з інших галузей.

Фахові компетентності:

1. ФК2. Здатність застосовувати сучасну методологію, загальні та спеціальні методи наукового дослідження за спеціальністю та обраною спеціалізацією.
2. ФК5. Уміння будувати адекватні математичні моделі, досліджувати побудовані моделі та визначати можливості їх застосування.
3. ФК8. Здатність здійснювати дослідження прикладних математичних задач з використанням спеціальних математичних пакетів та аналізувати отримані дані.
4. ФК14. Здатність застосування методів ідентифікації та редукції керованих систем до побудови наближених математичних моделей динамічних процесів у прикладних задачах.

Програмні результати навчання:

1. РН4. Вміти будувати та досліджувати математичні моделі фізичних, соціально-економічних, технічних, біологічних тощо процесів, систем, процесів, формалізувати проблеми, описані природною мовою, за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.
2. РН6. Вміти пояснювати складні математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики, представляти результати наукових досліджень на наукових та популяризаційних заходах.
3. РН9. Вміти організувати неперервний власний саморозвиток і самовдосконалення, набуття гнучкого способу мислення при творчому дослідженні, в тому числі прикладних математичних проблем.
4. РН11. Мати ґрунтовні знання з математичної теорії керування, вміти застосовувати їх для розв'язання прикладних задач.

За результатами вивчення навчальної дисципліни здобувач доктора філософії повинен:

**знати:**

- основні ідеї теорії реалізації керованих систем;
- основні методів редукції лінійних керованих систем.
- методологію застосування вибіркового даних до ідентифікації передавальних функцій та редукції керованих систем у прикладних проблемах,

**уміти:**

- обчислювати передавальні функції керованих систем, що визначаються системами лінійних диференціальних рівнянь;
- будувати матриці Льовнера за вибірковими даними відображення «вхід-вихід»;
- конструювати наближені моделі відображення «вхід-вихід» за масивами вибірових даних із використанням математичних програм Matlab і Simulink.

### **3. Програма навчальної дисципліни**

**Тема 1.** Відображення «вхід-вихід», що визначається лінійною системою з керуванням.

**Тема 2.** Перетворення Лапласа. Властивості перетворення Лапласа.

**Тема 3.** Обернене перетворення Лапласа.

**Тема 4.** Оригінали та зображення функцій відносно перетворення Лапласа.

**Тема 5.** Передавальні функції керованих систем.

**Тема 6.** Основи теорії реалізації лінійних систем.

**Тема 7.** Мінімальні реалізації лінійних систем.

**Тема 8.** Реалізація за вибірковими даними та інтерполяція передавальних функцій.

**Тема 9.** Оператор Купмана та його властивості.

**Тема 10.** Матриці Льовнера.

**Тема 11.** Властивості в'язок матриць.

**Тема 12.** Сингулярний розклад матриць Льовнера.

**Тема 13.** Передавальні функції диференціально-алгебраїчних (дескрипторних) систем.

**Тема 14.** Апроксимація відображень «вхід-вихід» із застосуванням матриць Льовнера.

**Тема 15.** Алгоритми ідентифікації відображень «вхід-вихід» за масивами вибірових даних у пакеті Matlab.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

| Назва теми                                                                                | Кількість годин |              |                   |                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------------|-------------------|-------------------|
|                                                                                           | Усього          | у тому числі |                   |                   |
|                                                                                           |                 | Лекції       | Практичні заняття | Самостійна робота |
| 1                                                                                         | 2               | 3            | 4                 | 5                 |
| <b>Тема 1.</b> Відображення «вхід-вихід», що визначається лінійною системою з керуванням. | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 2.</b> Перетворення Лапласа. Властивості перетворення Лапласа.                    | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 3.</b> Обернене перетворення Лапласа.                                             | 6               | 1            | 1                 | 4                 |
| <b>Тема 4.</b> Оригінали та зображення функцій відносно перетворення Лапласа.             | 6               | 1            | 1                 | 4                 |
| <b>Тема 5.</b> Передавальні функції керованих систем.                                     | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 6.</b> Основи теорії реалізації лінійних систем.                                  | 10              | 2            | 2                 | 6                 |
| <b>Тема 7.</b> Мінімальні реалізації лінійних систем.                                     | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 8.</b> Реалізація за вибірковими даними та інтерполяція передавальних функцій.    | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 9.</b> Оператор Купмана та його властивості.                                      | 10              | 2            | 2                 | 6                 |
| <b>Тема 10.</b> Матриці Льовнера.                                                         | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 11.</b> Властивості в'язок матриць.                                               | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 12.</b> Сингулярний розклад матриць Льовнера.                                     | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 13.</b> Передавальні функції диференціально-алгебраїчних (дескрипторних) систем.  | 8               | 2            | 2                 | 4                 |
| <b>Тема 14.</b> Апроксимація відображень «вхід-вихід» із                                  | 8               | 2            | 2                 | 4                 |

|                                                                                                                           |            |           |           |           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|-----------|-----------|-----------|
| застосуванням матриць<br>Льовнера.                                                                                        |            |           |           |           |
| <b>Тема 15.</b> Алгоритми<br>ідентифікації відображень «вхід-<br>вихід» за масивами вибіркового<br>даних у пакеті Matlab. | 8          | 2         | 2         | 4         |
| <b>Усього годин</b>                                                                                                       | <b>120</b> | <b>28</b> | <b>28</b> | <b>64</b> |

### 5. Теми практичних занять

| № з/п | Назва теми                                                                                                    | Кількість годин |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 1     | <b>Тема 1.</b> Відображення «вхід-вихід», що визначається лінійною системою з керуванням.                     | 2               |
| 2     | <b>Тема 2.</b> Перетворення Лапласа. Властивості перетворення Лапласа.                                        | 2               |
| 3     | <b>Тема 3.</b> Обернене перетворення Лапласа.                                                                 | 1               |
| 4     | <b>Тема 4.</b> Оригінали та зображення функцій відносно перетворення Лапласа.                                 | 1               |
| 5     | <b>Тема 5.</b> Передавальні функції керованих систем.                                                         | 2               |
| 6     | <b>Тема 6.</b> Основи теорії реалізації лінійних систем.                                                      | 2               |
| 7     | <b>Тема 7.</b> Мінімальні реалізації лінійних систем.                                                         | 2               |
| 8     | <b>Тема 8.</b> Реалізація за вибірковими даними та інтерполяція передавальних функцій.                        | 2               |
| 9     | <b>Тема 9.</b> Оператор Купмана та його властивості.                                                          | 2               |
| 10    | <b>Тема 10.</b> Матриці Льовнера.                                                                             | 2               |
| 11    | <b>Тема 11.</b> Властивості в'язок матриць.                                                                   | 2               |
| 12    | <b>Тема 12.</b> Сингулярний розклад матриць Льовнера.                                                         | 2               |
| 13    | <b>Тема 13.</b> Передавальні функції диференціально-алгебраїчних (дескрипторних) систем.                      | 2               |
| 14    | <b>Тема 14.</b> Апроксимація відображень «вхід-вихід» із застосуванням матриць Льовнера.                      | 2               |
| 15    | <b>Тема 15.</b> Алгоритми ідентифікації відображень «вхід-вихід» за масивами вибірових даних у пакеті Matlab. | 2               |
|       | <b>Разом</b>                                                                                                  | <b>28</b>       |

### 6. Теми для самостійної роботи

| № з/п | Назва теми                                                                                | Кількість годин |
|-------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|
| 1     | <b>Тема 1.</b> Відображення «вхід-вихід», що визначається лінійною системою з керуванням. | 4               |
| 2     | <b>Тема 2.</b> Перетворення Лапласа. Властивості перетворення Лапласа.                    | 4               |
| 3     | <b>Тема 3.</b> Обернене перетворення Лапласа.                                             | 4               |
| 4     | <b>Тема 4.</b> Оригінали та зображення функцій відносно перетворення Лапласа.             | 4               |
| 5     | <b>Тема 5.</b> Передавальні функції керованих систем.                                     | 4               |
| 6     | <b>Тема 6.</b> Основи теорії реалізації лінійних систем.                                  | 6               |
| 7     | <b>Тема 7.</b> Мінімальні реалізації лінійних систем.                                     | 4               |
| 8     | <b>Тема 8.</b> Реалізація за вибірковими даними та інтерполяція передавальних функцій.    | 4               |

| <b>№<br/>з/п</b> | <b>Назва теми</b>                                                                                             | <b>Кількість<br/>годин</b> |
|------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------|
| 9                | <b>Тема 9.</b> Оператор Купмана та його властивості.                                                          | 6                          |
| 10               | <b>Тема 10.</b> Матриці Льовнера.                                                                             | 4                          |
| 11               | <b>Тема 11.</b> Властивості в'язок матриць.                                                                   | 4                          |
| 12               | <b>Тема 12.</b> Сингулярний розклад матриць Льовнера.                                                         | 4                          |
| 13               | <b>Тема 13.</b> Передавальні функції диференціально-алгебраїчних (дескрипторних) систем.                      | 4                          |
| 14               | <b>Тема 14.</b> Апроксимація відображень «вхід-вихід» із застосуванням матриць Льовнера.                      | 4                          |
| 15               | <b>Тема 15.</b> Алгоритми ідентифікації відображень «вхід-вихід» за масивами вибірових даних у пакеті Matlab. | 4                          |
|                  | <b>Разом</b>                                                                                                  | <b>64</b>                  |

## 7. Методи навчання

При викладанні навчальної дисципліни «Методи редукції керованих систем за вибірковими даними» використовуються такі методи навчання: метод проблемного навчання, евристичне навчання, модульно-рейтингова система навчання.

## 8. Методи контролю

**Використовуються наступні методи контролю:**

1. Поточний контроль знань:
  - усне опитування;
  - виконання практичних робіт;
  - тестування;
  - виконання дослідницьких завдань.
2. Підсумковий контроль знань (іспит):
  - підсумковий тест або екзаменаційні білети.

## 9. Критерії оцінювання результатів навчання

**Розподіл балів, які отримує аспірант**

| Аудиторна робота |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     | Самостійна<br>робота | Підсумковий<br>контроль (іспит) | Загальна кількість<br>отриманих балів |     |
|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|----------------------|---------------------------------|---------------------------------------|-----|
| теми             |    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |     |     |     |     |                      |                                 |                                       |     |
| T1               | T2 | T3 | T4 | T5 | T5 | T6 | T7 | T8 | T9 | T10 | T11 | T12 | T13 | T14 |                      |                                 |                                       | T15 |
| 3                | 3  | 3  | 3  | 3  | 3  | 3  | 3  | 3  | 3  | 3   | 3   | 3   | 3   | 3   | 3                    | 15                              | 40                                    | 100 |

### Шкала оцінювання

| Сума балів за всі види навчальної діяльності | Оцінка за національною шкалою                                                                                                                                                                                              |
|----------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                              | для іспиту                                                                                                                                                                                                                 |
| <b>90-100</b>                                | «відмінно» - здобувач повно і всебічно розкриває питання теми, вільно оперує поняттями і термінологією, демонструє глибокі знання джерел, має власну точку зору стосовно відповідної теми і може аргументовано її доводити |
| <b>75-89</b>                                 | «добре» - загалом рівень знань здобувачів відповідає викладеному вище, але мають місце деякі упущення при виконанні завдань, обґрунтування неточні, не підтверджуються достатньо обґрунтованими доказами                   |
| <b>60-74</b>                                 | «задовільно» - здобувач розкрив питання, в загальних рисах, розуміє їх суть, намагається робити висновки, але при цьому припускається грубих помилок, матеріал викладає нелогічно і не самостійно                          |
| <b>35-59</b>                                 | «незадовільно» - з можливістю повторного складання, здобувач не в змозі дати відповідь на поставлене запитання або відповідь неправильна, не розуміє суті питання, не може зробити висновки                                |
| <b>0-34</b>                                  | «незадовільно» - з обов'язковим повторним вивченням дисципліни                                                                                                                                                             |

### 10. Орієнтовний перелік питань до підсумкового контролю (іспиту)

1. Відображення «вхід-вихід», що визначається лінійною системою з керуванням.
2. Перетворення Лапласа та його основні властивості.
3. Обернене перетворення Лапласа.
4. Передавальні функції керованих систем.
5. Реалізація та мінімальна реалізація лінійної системи.
6. Оператор Купмана та його властивості.
7. Матриці Льовнера.
8. Передавальні функції диференціально-алгебраїчних (дескрипторних) систем.
9. Апроксимація відображень «вхід-вихід» із застосуванням матриць Льовнера.

### 11. Рекомендована література

### **Основна література дисципліни**

1. Antoulas A.C., Lefteriu S., Ionita A.C. A tutorial introduction to the Loewner framework for model reduction // *Model Reduction and Approximation: Theory and Algorithms*. – 2017. – Vol. 15. – P. 335-376.
2. Antoulas A.C. *Approximation of Large-Scale Dynamical Systems*. - Philadelphia, SIAM: 2005.
3. Bhatia R., Sano T. Loewner matrices and operator convexity // *Mathematische Annalen*. – 2009. - Vol. 344. –P. 703–736.
4. Ionita A.C., Antoulas A.C. Data-driven parametrized model reduction in the Loewner framework // *SIAM Journal on Scientific Computing*. – 2014.– Vol. 36. - P. A984–A1007.
5. Fiedler M. Hankel and Loewner matrices // *Linear Algebra and Its Applications*. – 1985. – Vol. 58. - P. 75–95.
6. Уонэм М. Линейные многомерные системы управления. – М.: Наука, 1980. – 376 с.

### **Допоміжна література дисципліни**

1. Antoulas A. C., Beattie C. A., Gugercin S. Interpolatory model reduction of large-scale dynamical systems // *Efficient modeling and control of large-scale systems*. – Boston: Springer, 2010. – P. 3-58.
2. Beattie C.A., Gugercin S. Model reduction by rational interpolation // in: *Model Reduction and Approximation: Theory and Algorithms*. - Philadelphia, SIAM: 2017. - P. 297–334.
3. Sontag E.D. *Mathematical Control Theory*. 2nd Ed. – New York: Springer, 1998. – 532 p.