

**НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ**

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Директор ІПММ НАН України
чл.-кор. НАН України



І.І. Скрипнік

«30» серпня 2021 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

**Динаміка та стійкість руху твердого тіла з пружними відсіками,
які містять рідину**

**підготовки здобувачів ступеня вищої освіти
треть (освітньо-науковий)
доктора філософії**

галузь знань 11 Математика та статистика

спеціальність 113 Прикладна математика

Робоча програма навчальної дисципліни «Динаміка та стійкість руху твердого тіла з пружними відсіками, які містять рідину» для здобувачів наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 113 «Прикладна математика»

Розробник:

Кононов Юрій Микитович, завідувач відділом теорії керуючих систем, доктор фізико-математичних наук, професор ПІММ НАН України

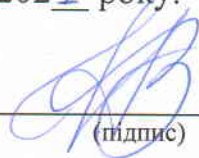
Робочу програму схвалено на засіданні відділу теорії керуючих систем

Протокол № 2 від 26.08. 2021 року.

Завідувач відділу теорії керуючих систем  Кононов Ю.М.
(підпис)

Схвалено Науково-методичною радою Інституту прикладної математики і механіки НАН України

Протокол № 4 від 30 серпня 2021 року.

Голова науково-методичної ради  Несмєлова О.В.
(підпис)

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
Кількість кредитів - 4	Галузь знань: 11 Математика та статистика	Вибіркова
Загальна кількість годин –120	Спеціальність: 113 Прикладна математика	Рік підготовки:
		1-2
		Семестр
		2-3
Тижневих годин: аудиторних – 1,5 самостійної роботи – 1,7	Освітньо-кваліфікаційний рівень: доктор філософії	Лекції
		28 год
		Практичні
		28 год
		Самостійна робота
		64 год
		Вид контролю: іспит

2. Мета, завдання та очікувані результати навчальної дисципліни.

Метою вивчення навчальної дисципліни «Динаміка та стійкість руху твердого тіла з пружними відсіками, які містять рідину» є поглиблене знайомство з колом задач руху твердого тіла з рідиною, теоретичної гідромеханіки, теорії пружності, гідропружності та теорії стійкості руху. Для вивчення цього курсу аспіранти повинні володіти основними поняттями та фактами, що викладаються в курсах теоретичної механіки, теоретичної гідромеханіки, теорії пружності, загального курсу звичайних диференціальних рівнянь та математичного аналізу.

Вивчення даної дисципліни значною мірою сприяє формуванню у аспірантів наукового світогляду.

Завдання навчальної дисципліни:

- основні фізичні і математичні моделі для побудови і дослідження сучасних задач руху твердого тіла з пружними відсіками з рідиною;
- узагальнене хвильове рівняння коливання багатошарової ідеальної рідини, яка поділена пружними пластинами. Інерційний і пружний оператори. Визначення скалярного добутку;
- спектральна теорія самоспряжених лінійних операторів в гільбертовому просторі. Самоспряжені оператори. Ортогональність по кінетичної і по потенційної енергії;
- рівняння руху твердого тіла, що містить багатошарову рідину та пружні пластини;
- задача Л.Н. Стрітенського в випадку багатошарової рідини, та пружних пластин (Стійкість положення рівноваги. Рівняння частот) ;
- задача про коливання фізичного маятника з багатошарової ідеальної рідиною і пружними пластинами (Стійкість положення рівноваги. Рівняння частот);
- сучасні передові концептуальні та методологічні знання при розв'язання задач динаміки та стійкості руху твердого тіла з пружними відсіками з рідиною.

Очікувані результати навчальної дисципліни

Загальні компетентності:

1. ЗК1. Аналіз і синтез. Здатність до аналізу та синтезу на основі логічних аргументів та перевірених фактів; навички управління інформацією (уміння знаходити та аналізувати інформацію з різних джерел).
2. ЗК2. Дослідницька здатність. Компетентності ініціювати та виконувати (індивідуально або в науковій групі) наукові дослідження, що

приводять до отримання нових знань; здатність застосовувати знання на практиці.

3. ЗК3. Гнучкість мислення. Набуття гнучкого способу мислення, який дає можливість зрозуміти й розв'язати проблеми та задачі, зберігаючи при цьому критичне відношення до усталених наукових концепцій.
4. ЗК6. Комунікативні навички. Здатність ефективно спілкуватися із спеціальною та загальною аудиторіями, а також представляти складну інформацію у зручній та зрозумілій формі усно і письмово, використовуючи відповідну технічну лексику та методи; навички використання інформаційних і комунікаційних технологій; здатність спілкуватися рідною та другою іноземною мовою як усно, так і письмово.
5. ЗК7. Міжнародний кругозір. Здатність працювати в міжнародному середовищі, ставитися із повагою до національних та культурних традицій, способів роботи інших членів групи.
6. ЗК8. Популяризаційні навички. Вміння спілкуватися із нефахівцями; здатність провести усну презентацію та написати зрозумілу статтю за результатами проведених досліджень, а також щодо сучасних концепцій у прикладній математиці для нефахівців у цій галузі; здатність спілкуватися з експертами з інших галузей.
7. ЗК11. Етичні установки. Етика поведінки в наукових дослідженнях; турбота про якість результату.
8. ЗК12. Особисті якості. Здатність до навчання, саморозвитку та самовдосконалення протягом життя; визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

Фахові компетентності:

1. ФК2. Здатність застосовувати сучасну методологію, загальні та спеціальні методи наукового дослідження за спеціальністю та обраною спеціалізацією.
2. ФК5. Уміння будувати адекватні математичні моделі, досліджувати побудовані моделі та визначати можливості їх застосування.
3. ФК8. Здатність здійснювати дослідження прикладних математичних задач з використанням спеціальних математичних пакетів та аналізувати отримані дані.
4. ФК12. Поглиблені знання з теорії оптимального керування, якісної теорії лінійних керованих систем та основ геометричної теорії нелінійних систем. Здатність застосовувати методи теорії керування до розв'язання задач оптимізації та синтезу законів керування для математичних моделей динамічних процесів у природничих та технічних науках.

5. ФК 16. Компетентність у побудові, дослідженні та застосуванні аналітичних та чисельних методів дослідження взаємодії рідини з пружними твердими тілами

Програмні результати навчання:

1. РН 3. Знати основні принципи, форми та методи проведення наукових досліджень в галузі прикладної математики, володіти математичним апаратом в об'ємі, достатньому для професійної діяльності.
2. РН4. Вміти будувати та досліджувати математичні моделі фізичних, соціально-економічних, технічних, біологічних тощо процесів, систем, процесів, формалізувати проблеми, описані природною мовою, за допомогою математичних методів, застосовувати загальні підходи до математичного моделювання конкретних процесів.
3. РН6. Вміти пояснювати складні математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики, представляти результати наукових досліджень на наукових та популяризаційних заходах.
4. РН9. Вміти організувати неперервний власний саморозвиток і самовдосконалення, набуття гнучкого способу мислення при творчому дослідженні, в тому числі прикладних математичних проблем.
5. РН11. Мати ґрунтовні знання з математичної теорії керування, вміти застосовувати їх для розв'язання прикладних задач.
6. РН-14 Набуття сучасних теоретичних та методологічних знань в напрямі дослідження задач динаміки твердого тіла та складних механічних систем.

За результатами вивчення навчальної дисципліни здобувач доктора філософії повинен:

знати:

- загальні питання теорії малих коливань важкої ідеальної рідини, основне інтегральне рівняння, теорему про власні коливання і про існування і повноті головних коливань, зведення крайової задачі коливання рідини в циліндричній посудині довільного поперечного перерізу до інтегрального рівняння Фредгольма 2-го роду з симетричним ядром, повноту і ортогональність власних функцій;
- основні фізичні і математичні моделі для побудови і дослідження сучасних задач руху твердого тіла з пружними відсіками з рідиною, узагальнене хвильове рівняння коливань багаточислової ідеальної

рідини, яка поділена пружними пластинами. Інерційний і пружний оператори. Визначення скалярного добутку;

- спектральну теорію самоспряжених лінійних операторів в гільбертовому просторі. Самоспряжені оператори. Ортогональність по кінетичної і по потенційної енергії;
- рівняння руху твердого тіла, що містить багатопарову рідину та пружні пластини;
- сучасні передові концептуальні та методологічні знання при розв'язання задач динаміки та стійкості руху твердого тіла з пружними відсіками з рідиною.

вміти :

- застосовувати основні фізичні і математичні моделі для побудови і дослідження сучасних задач руху твердого тіла з пружними відсіками з рідиною, вивести узагальнене хвильове рівняння коливань багатопарової ідеальної рідини, яка поділена пружними пластинами. Визначити інерційний і пружний оператори та скалярний добуток;
- застосовувати спектральну теорію самоспряжених лінійних операторів в гільбертовому просторі для дослідження коливань багатопарової ідеальної рідини та пружних пластин, сформулювати ортогональність по кінетичної і по потенційної енергії;
- вивести рівняння руху твердого тіла, що містить багатопарову рідину та пружні пластини;
- застосовувати сучасні передові концептуальні та методологічні знання при розв'язання задач динаміки та стійкості руху твердого тіла з пружними відсіками з рідиною;
- будувати фізичні та математичні моделі сучасних задач руху твердого тіла з пружними відсіками, розробляти алгоритми їх дослідження та обчислювання.

3. Програма навчальної дисципліни

Тема 1. Деякі загальні питання теорії малих коливань важкої ідеальної рідини (Метод Фур'є. Основне інтегральне рівняння. Теорема про власні коливання. Про існування і повноті головних коливань).

Тема 2. Коливання рідини в циліндричній посудині довільного поперечного перерізу (зведення крайової задачі до інтегрального рівняння Фредгольма 2-го роду з симетричним ядром. Повнота і ортогональність власних функцій).

Тема 3. Вимушені коливання рідини в судинах. Рішення лінійної задачі про вимушені коливання рідини.

Тема 4. Теорія тонких пластин (Гіпотези Кирхгофа. Рівняння Софі Жермен. Ускладнене рівняння з урахуванням моменту інерції поперечного перерізу. Граничні умови. Шарнірно опертий, затиснений і вільний край).

Тема 5. Модальний аналіз (Узагальнене хвильове рівняння для розподілених механічних систем, вільні коливання, спектральна теорія самоспряжених лінійних операторів в гільбертовому просторі).

Тема 6. Крайові задачі для консервативних систем (Вимушені коливання, ортогональність власних форм по кінетичної і по потенційної енергії).

Тема 7. Методи дискретизації (Метод Релея-Рітца-Гальборкіна або метод передбачуваних форм коливань).

Тема 8. Коливання багатошарової ідеальної рідини в нерухомому резервуарі, яка поділена пружними пластинами (Потенційна і кінетична енергія багатошарової ідеальної рідини і пружних пластин).

Тема 9. Вільні коливання багатошарової ідеальної рідини і пружних пластин в циліндричному резервуарі довільного поперечного перерізу (Узагальнене хвильове рівняння. Інерційний і пружний оператори. Визначення скалярного добутку. Самоспряжені оператори. Ортогональність по кінетичної і по потенційної енергії).

Тема 10. Деякі окремі випадки (Випадок прямокутного каналу. Випадок прямого кругового резервуара і кругових пластин. Випадок прямого кільцевого резервуару і кільцевих пластин).

Тема 11. Коливання багатошарової ідеальної рідини і пружних пластин в резервуарі, що здійснює заданий рух в просторі (Випадок циліндричного резервуара довільного поперечного перерізу).

Тема 12. Рівняння руху твердого тіла, що містить багатошарову рідину та пружні пластин (Рівняння поступального руху твердого тіла. Рівняння малих коливань твердого тіла навколо нерухомої осі).

Тема 13. Задача Л.Н. Срітенського в випадку багатошарової рідини, та пружних пластин (Стійкість положення рівноваги. Рівняння частот).

Тема 14. Задача про коливання фізичного маятника з багатошарової ідеальної рідиною і пружними пластинами (Стійкість положення рівноваги. Рівняння частот).

4. Структура навчальної дисципліни

Назва теми	Кількість годин			
	Усього	у тому числі		
		Лекції	Практичні Заняття	Самостійна Робота
1	2	3	4	5
1. Деякі загальні питання теорії малих коливань важкої ідеальної рідини (Метод Фур'є. Основне інтегральне рівняння. Теорема про власні коливання. Про існування і повноті головних коливань)	8	2	2	4
2. Коливання рідини в циліндричній посудині довільного поперечного перерізу (зведення крайової задачі до інтегрального рівняння Фредгольма 2-го роду з симетричним ядром. Повнота і ортогональність власних функцій)	8	2	2	4
3. Вимушені коливання рідини в судинах. Рішення лінійної задачі про вимушені коливання рідини	8	2	2	4
4. Теорія тонких пластин (Гіпотези Кирхгофа. Рівняння Софі Жермен. Ускладнене рівняння з урахуванням моменту інерції поперечного перерізу. Граничні умови. Шарнірно опертий, затиснений і вільний край)	8	2	2	4
5. Модальний аналіз (Узагальнене хвильове рівняння для розподілених механічних систем, вільні коливання, спектральна теорія самоспряжених лінійних операторів в гільбертовому просторі)	8	2	2	4
6. Крайові задачі для консервативних систем (Вимушені коливання, ортогональність власних форм по кінетичної і по потенційної енергії)	8	2	2	4
7. Методи дискретизації (Метод Релея-Рітца-Гальоркіна або метод передбачуваних форм коливань)	8	2	2	4
8. Коливання багатошарової ідеальної рідини в нерухомому резервуарі, яка поділена пружними пластинами (Потенційна і кінетична енергія	8	2	2	4

багатошарової ідеальної рідини і пружних пластин)				
9. Вільні коливання багатошарової ідеальної рідини і пружних пластин в циліндричному резервуарі довільного поперечного перерізу (Узагальнене хвильове рівняння. Інерційний і пружний оператори. Визначення скалярного добутку. Самоспряжені оператори. Ортогональність по кінетичної і по потенційної енергії)	8	2	2	4
10. Деякі окремі випадки (Випадок прямокутного каналу. Випадок прямого кругового резервуара і кругових пластин. Випадок прямого кільцевого резервуару і кільцевих пластин)	8	2	2	4
11. Коливання багатошарової ідеальної рідини і пружних пластин в резервуарі, що здійснює заданий рух в просторі (Випадок циліндричного резервуара довільного поперечного перерізу)	10	2	2	6
12. Рівняння руху твердого тіла, що містить багатошарову рідину та пружні пластин (Рівняння поступального руху твердого тіла. Рівняння малих коливань твердого тіла навколо нерухомої осі)	10	2	2	6
13. Задача Л.Н. Срітенського в випадку багатошарової рідини, та пружних пластин (Стійкість положення рівноваги. Рівняння частот)	10	2	2	6
14. Задача про коливання фізичного маятника з багатошарової ідеальної рідиною і пружними пластинами (Стійкість положення рівноваги. Рівняння частот)	10	2	2	6
Усього годин	120	28	28	64

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Деякі загальні питання теорії малих коливань важкої ідеальної рідини (Метод Фур'є. Основне інтегральне рівняння. Теорема про власні коливання. Про існування і повноті головних коливань)	2

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
2	Коливання рідини в циліндричній посудині довільного поперечного перерізу (зведення крайової задачі до інтегрального рівняння Фредгольма 2-го роду з симетричним ядром. Повнота і ортогональність власних функцій)	2
3	Вимушені коливання рідини в судинах. Рішення лінійної задачі про вимушені коливання рідини	2
4	Теорія тонких пластин (Гіпотези Кирхгофа. Рівняння Софі Жермен. Ускладнене рівняння з урахуванням моменту інерції поперечного перерізу. Граничні умови. Шарнірно опертий, затиснений і вільний край)	2
5	Модальний аналіз (Узагальнене хвильове рівняння для розподілених механічних систем, вільні коливання, спектральна теорія самоспряжених лінійних операторів в гільбертовому просторі)	2
6	Крайові задачі для консервативних систем (Вимушені коливання, ортогональність власних форм по кінетичної і по потенційної енергії)	2
7	Методи дискретизації (Метод Релея-Рітца-Гальоркіна або метод передбачуваних форм коливань)	2
8	Коливання багатопарової ідеальної рідини в нерухомому резервуарі, яка поділена пружними пластинами (Потенційна і кінетична енергія багатопарової ідеальної рідини і пружних пластин)	2
9	Вільні коливання багатопарової ідеальної рідини і пружних пластин в циліндричному резервуарі довільного поперечного перерізу (Узагальнене хвильове рівняння. Інерційний і пружний оператори. Визначення скалярного добутку. Самоспряжені оператори. Ортогональність по кінетичної і по потенційної енергії)	2
10	Деякі окремі випадки (Випадок прямокутного каналу. Випадок прямого кругового резервуара і кругових пластин. Випадок прямого кільцевого резервуару і кільцевих пластин)	2
11	Коливання багатопарової ідеальної рідини і пружних пластин в резервуарі, що здійснює заданий рух в просторі (Випадок циліндричного резервуара довільного поперечного перерізу)	2
12	Рівняння руху твердого тіла, що містить багатопарову рідину та пружні пластин (Рівняння поступального руху твердого тіла. Рівняння малих коливань твердого тіла навколо нерухомої осі)	2
13	Задача Л.Н. Срітенського в випадку багатопарової рідини, та пружних пластин (Стійкість положення рівноваги. Рівняння частот)	2
14	Задача про коливання фізичного маятника з багатопарової ідеальної рідиною і пружними пластинами (Стійкість положення рівноваги. Рівняння частот)	2
	Разом	28

6. Теми для самостійної роботи

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Деякі загальні питання теорії малих коливань важкої ідеальної рідини (Метод Фур'є. Основне інтегральне рівняння. Теорема про власні коливання. Про існування і повноті головних коливань)	4
2	Коливання рідини в циліндричній посудині довільного поперечного перерізу (зведення крайової задачі до інтегрального рівняння Фредгольма 2-го роду з симетричним ядром. Повнота і ортогональність власних функцій)	4
3	Вимушені коливання рідини в судинах. Рішення лінійної задачі про вимушені коливання рідини	4
4	Теорія тонких пластин (Гіпотези Кирхгофа. Рівняння Софі Жермен. Ускладнене рівняння з урахуванням моменту інерції поперечного перерізу. Граничні умови. Шарнірно опертий, затиснений і вільний край)	4
5	Модальний аналіз (Узагальнене хвильове рівняння для розподілених механічних систем, вільні коливання, спектральна теорія самоспряжених лінійних операторів в гільбертовому просторі)	4
6	Крайові задачі для консервативних систем (Вимушені коливання, ортогональність власних форм по кінетичної і по потенційної енергії)	4
7	Методи дискретизації (Метод Релея-Рітца-Гальоркіна або метод передбачуваних форм коливань)	4
8	Коливання багатошарової ідеальної рідини в нерухомому резервуарі, яка поділена пружними пластинами (Потенційна і кінетична енергія багатошарової ідеальної рідини і пружних пластин)	4
9	Вільні коливання багатошарової ідеальної рідини і пружних пластин в циліндричному резервуарі довільного поперечного перерізу (Узагальнене хвильове рівняння. Інерційний і пружний оператори. Визначення скалярного добутку. Самоспряжені оператори. Ортогональність по кінетичної і по потенційної енергії)	4
10	Деякі окремі випадки (Випадок прямокутного каналу. Випадок прямого кругового резервуара і кругових пластин. Випадок прямого кільцевого резервуару і кільцевих пластин)	4
11	Коливання багатошарової ідеальної рідини і пружних пластин в резервуарі, що здійснює заданий рух в просторі (Випадок циліндричного резервуара довільного поперечного перерізу)	6
12	Рівняння руху твердого тіла, що містить багатошарову рідину та пружні пластин (Рівняння поступального руху твердого тіла. Рівняння малих коливань твердого тіла навколо нерухомої осі)	6
13	Задача Л.Н. Срітенського в випадку багатошарової рідини, та пружних пластин (Стійкість положення рівноваги. Рівняння частот)	6
14	Задача про коливання фізичного маятника з багатошарової ідеальної рідиною і пружними пластинами (Стійкість положення рівноваги. Рівняння частот)	6
	Разом	64

7. Методи навчання

При викладанні навчальної дисципліни «Вибіркові розділи механіки суцільного середовища» використовуються такі методи навчання: метод проблемного навчання, евристичне навчання, модульно-рейтингова система навчання.

8. Методи контролю

Використовуються наступні методи контролю:

1. Поточний контроль знань:

- усне опитування;
- виконання практичних робіт;
- тестування;
- виконання дослідницьких завдань.

2. Підсумковий контроль знань (іспит):

- підсумковий тест або екзаменаційні білети.

9. Критерії оцінювання результатів навчання

Розподіл балів, які отримує аспірант

Аудиторна робота													Самостійна Робота	Підсумковий контроль (іспит)	Загальна кількість отриманих балів
Теми															
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7 T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14			
2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	4	4	4	20	40	100

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для іспиту
90-100	«відмінно» - здобувач повно і всебічно розкриває питання теми, вільно оперує поняттями і термінологією, демонструє глибокі знання джерел, має власну точку зору стосовно відповідної теми і може аргументовано її доводити
75-89	«добре» - загалом рівень знань здобувачів відповідає викладеному вище, але мають місце деякі упущення при виконанні завдань, обґрунтування неточні, не підтверджуються достатньо обґрунтованими доказами
60-74	«задовільно» - здобувач розкрив питання, в загальних рисах, розуміє їх суть, намагається робити висновки, але при цьому припускається грубих помилок, матеріал викладає нелогічно і не самостійно
35-59	«незадовільно» - з можливістю повторного складання, здобувач не в змозі дати відповідь на поставлене запитання або відповідь неправильна, не розуміє суті питання, не може зробити висновки
0-34	«незадовільно» - з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Орієнтовний перелік питань до підсумкового контролю (іспиту)

1. Деякі загальні питання теорії малих коливань важкої ідеальної рідини (Метод Фур'є. Основне інтегральне рівняння. Теорема про власні коливання. Про існування і повноті головних коливань).

2. Коливання рідини в циліндричній посудині довільного поперечного перерізу (зведення крайової задачі до інтегрального рівняння Фредгольма 2-го роду з симетричним ядром. Повнота і ортогональність власних функцій).

3. Вимушені коливання рідини в судинах. Рішення лінійної задачі про вимушені коливання рідини.

4. Теорія тонких пластин (Гіпотези Кирхгофа. Рівняння Софі Жермен. Ускладнене рівняння з урахуванням моменту інерції поперечного перерізу. Граничні умови. Шарнірно опертий, затиснений і вільний край).

5. Модальний аналіз (Узагальнене хвильове рівняння для розподілених механічних систем, вільні коливання, спектральна теорія самоспряжених лінійних операторів в гільбертовому просторі).

6. Крайові задачі для консервативних систем (Вимушені коливання, ортогональність власних форм по кінетичної і по потенційної енергії).

7. Методи дискретизації (Метод Релея-Рітца-Гальоркіна або метод передбачуваних форм коливань).

8. Коливання багат шарової ідеальної рідини в нерухомому резервуарі, яка поділена пружними пластинами (Потенційна і кінетична енергія багат шарової ідеальної рідини і пружних пластин).

9. Вільні коливання багат шарової ідеальної рідини і пружних пластин в циліндричному резервуарі довільного поперечного перерізу (Узагальнене хвильове рівняння. Інерційний і пружний оператори. Визначення скалярного добутку. Самоспряжені оператори. Ортогональність по кінетичної і по потенційної енергії).

10. Деякі окремі випадки (Випадок прямокутного каналу. Випадок прямого кругового резервуара і кругових пластин. Випадок прямого кільцевого резервуару і кільцевих пластин).

11. Коливання багат шарової ідеальної рідини і пружних пластин в резервуарі, що здійснює заданий рух в просторі (Випадок циліндричного резервуара довільного поперечного перерізу).

12. Рівняння руху твердого тіла, що містить багат шарову рідину та пружні пластин (Рівняння поступального руху твердого тіла. Рівняння малих коливань твердого тіла навколо нерухомої осі).

13. Задача Л.Н. Срітенського в випадку багат шарової рідини, та пружних пластин (Стійкість положення рівноваги. Рівняння частот).

14. Задача про коливання фізичного маятника з багат шарової ідеальної рідиною і пружними пластинами (Стійкість положення рівноваги. Рівняння частот).

11. Рекомендована література

Основна література дисципліни

1. Моисеев Н.Н., Румянцев В.В. Динамика тела с полостями, содержащими жидкость. – М.: Наука, 1965. – 439 с.
2. Моисеев Н.Н., Петров А.А. Численные методы расчета собственных частот колебаний ограниченного объема жидкости. – М.: Изд-во ВЦ АН СССР, 1966. – 270 с.
3. Докучаев Л.В. Нелинейная динамика летательных аппаратов с деформируемыми элементами. – М.: Машиностроение, 1987. – 232 с.
4. Луковский И.А., Троценко В.А., Усюкин В.И. Взаимодействие тонкостенных упругих элементов с жидкостью в подвижных полостях. – К.: Наук. думка, 1989. – 240 с.
5. Троценко В.А. Колебания жидкости в подвижных емкостях с перегородками – Киев: Ин-т математики НАН Украины, 2006. – 320 с.
6. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. – М.: Машиностроение, 1971. – 563 с.
7. Faltinsen O.M., Timokha A.N. Sloshing. – Cambridge University Press, 2009. – 686 p.

8. Lukowsky Ivan A. Nonlinear Dynamics. Mathematical Models for Bodies with a Liquid – De Gruyter Studies in Mathematical Physics. Volume 27, 2015– 393 p.
9. Кононов Ю.Н. Основные методы исследования сложных механических систем: Методическое пособие по спецкурсу “Динамика тел с полостями, содержащими жидкость”. – Донецк: ДонНУ, 2007. – 40 с.

Допоміжна література дисципліни

1. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидродинамика. – М.: 1963, т. I, II.
2. Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. – М.: Машиностроение, 1985.
3. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. – М.: Машиностроение, 1970. – 734 с.
4. Yu.M. Kononov, V.P. Shevchenko, Yu.O. Dzhukha. Axially symmetric vibrations of elastic annular bases and a perfect two-layer liquid in a rigid annular cylindrical vessel. *Journal of Mathematical Sciences* , 2019, **240** (1), p. 98–112.
5. Yu.M. Kononov, Yu.O. Dzhukha. Vibrations of Two-Layer Ideal Liquid in a Rigid Cylindrical Vessel with Elastic Bases. *Journal of Mathematical Sciences* 2020, **246** , p. 365–383.
6. Ibrahim R.A. Recent Advances in Physics of Fluid Parametric Sloshing and Related Problems // *Journal of Fluids Engineering*. – 2015. – 137. – P. 1 – 52.